Matemática e Deficiência Visual

Ana Karina Lira
Jorge Brandão

Apresentação

Caríssimo leitor e prezada leitora, ler pode ser perigoso, com efeito, quando se lê um livro, uma revista, entre outros meios escritos, na verdade repetem-se os processos mentais de quem escreveu. Assim sendo, quando é que a leitura passa a ser algo construtivo para o(a) leitor(a)?

Quando aquilo que se lê não é ponto de chegada e sim ponto de partida para o ato de pensar, haja vista a leitura dos pensamentos dos outros servir de base para o(a) leitor(a) conseguir ter os próprios pensamentos (COSTA, CASCINO e SAVIANI, 2000). A leitura feita com os olhos pode apreciar e associar gravuras ao texto, o que nem sempre ocorre com aqueles que leem com o tato.

Este livro é uma organização de artigos bem como uma reescrita da tese de doutorado – matemática e deficiência visual – visando uma leitura para o contexto escolar. Pois, não adianta o docente em sala de aula se preocupar em transmitir conteúdos se o discente não sabe localizar-se dentro do ambiente.

Diante de leitores que não trabalham em escolas especiais, vale ressaltar que, em relação à postura pedagógica do(a) professor(a), não é necessário que o(a) mesmo(a) saiba Braille para ter uma comunicação ativa com discente cego (ou libras para se comunicar com estudante surdo). "Só" é preciso que a pessoa a qual irá ministrar uma aula em salas regulares, onde estão incluídos alunos com algumas necessidades especiais, tenha domínio de seu conteúdo.

Com efeito, de que modo é possível adaptar material concreto para compreender soma de frações, tirando o m.m.c., se, enquanto docente, não sei o que significa m.m.c. (e você, caríssimo(a) leitor(a), lembra o significado do m.m.c.?). Outro exemplo, de que forma um(a) professor(a) pode querer fazer uma experiência na área de Ciências da Natureza, contemplando cegos e videntes, se não conhece os princípios envolvidos no dito experimento?

Ainda em relação à postura pedagógica, não obstante o *domínio do conteúdo*, espera-se que o(a) docente seja uma pessoa que consiga transmitir os conhecimentos de forma compreensível. Independentemente de estratégias utilizadas, a maneira como o(a) professor(a) *fala* cria, no estudante, uma sensação de confiança naquilo o qual é comunicado pelo(a) docente.

Assim sendo, falar com linguagem isenta de erros e vícios, utilizar linguagem clara, objetiva e de fácil compreensão e variar a intensidade de voz durante as explicações, são algumas atitudes positivas. Atitudes que facilitam a aprendizagem, independentemente do tipo de aprendiz (com ou sem deficiência visual).

Por fim, e não menos importante, a comunicação do(a) professor(a) com os alunos deve respeitar os limites dos discentes, valorizando e estimulando suas potencialidades.

Verificar se, em ocorrendo uma conversa entre dois ou mais estudantes, o motivo da conversa é ou não o conteúdo visto. Pois, muitas vezes os alunos compreendem (melhor) determinado assunto transmitido pelo(a) professor(a) através da linguagem de seus pares (colegas).

Em relação à Matemática, adiante serão apresentadas algumas estratégias que contemplem alunos cegos e alunos videntes. Vale ressaltar, todavia, que não adianta adaptar se não se sabe a “essência” do conteúdo.

Sumário

1ª. PARTE: ADAPTANDO A TESE

<u>Capítulo 0 – Alguns matemáticos cegos enquanto jovens e suas influências na Matemática</u>

De que forma um professor de Matemática deve trabalhar este campo do saber em sala de aula quando existem discentes com deficiência visual? Ora, analisando a expressão "estudante com deficiência visual", excluindo-se "deficiência visual" fica "estudante" e, por conseguinte, têm direitos e deveres iguais aos demais. Logo, o docente pode trabalhar conforme planejou sua atividade. É claro, com adequações.

A Matemática está associada aos números... então só há matemática se ocorrer a existência de números? Acompanhem, caríssimos leitores, o seguinte exemplo: <u>Conjugar o verbo cantar.</u>

Primeira pergunta natural a ser feita é: em qual tempo verbal? Pois bem, caso seja no presente do indicativo temos:

EU	CANT	O
TU	CANT	AS

...

Caso seja no pretérito, fica:

EU	CANT	EI
TU	CANT	ASTE

...

Ora, o verbo cantar é um verbo de primeira conjugação porque termina em AR. Além disso, é um verbo regular. Verbos regulares são verbos que não possuem alteração no radical, no caso CANT.

Percebam que há uma relação direta entre os sujeitos, que possuem suas características, e as desinências (terminações). A relação entre esses conjuntos, conjunto dos sujeitos e o conjunto das desinências, é dada pela existência do radical CANT.

Como os sujeitos influenciam (DOMINAM) as desinências, podemos indicar tal conjunto como o DOMÍNIO da função "conjugar o verbo cantar". As desinências refletem, reagem a este domínio, isto é, elas representam CONTRADOMÍNIO. Ao conjunto das desinências de um tempo verbal específico chamamos de IMAGEM...

Eis um exemplo de adequação.

Aprender matemática (e qualquer outra área do saber) consiste em aprender seus conceitos. Por exemplo: leite em pó é leite, se uma criança conceitua leite como líquido de cor branca que saem das mamas dos mamíferos?

Mas, como se dá a formação de conceitos? Nos capítulos seguintes, que fazem parte do corpo da tese, serão apresentadas as ideias segundo Vygotsky (2001), Batista (2005), entre outros.

Matemáticos cegos e contribuições

Lev Semenovich Pontryagin (1908–1988) nasceu em Moscou em 1908 e ficou cego aos 14 anos em virtude de uma explosão. Foi auxiliado em seus estudos principalmente pelo apoio recebido de sua mãe, Tatyana Andreevna, que lia para Pontryagin.

Muito embora fosse leiga na Matemática, Tatyana descrevia com um *linguajar* próprio a partir das aparências dos símbolos matemáticos. Por exemplo: para indicar que um conjunto A está contido em um conjunto B, notação $A \subset B$, ela fazia referência do tipo A cauda B (EVES, 2002).

A importância da citação de Pontryagin não é só sua capacidade matemática. Seu esforço o tornou um brilhante professor nas áreas de Topologia e Equações Diferenciais. Destaca-se a participação de sua mãe como um apoio em seus estudos, "transcrevendo" textos.

Na Economia, o estudo da inflação ou nas medidas e instrumentos para medir a taxa de desemprego – fenômenos que sofrem variação só com o tempo, nas quais se usam as Equações Diferenciais Ordinárias, temos uma certa influência dele.

Em relação ao **Saunderson,** Nicholas Saunderson (1682–1739), nasceu em Thurlstone, Yorkshire, em janeiro de 1682. Com aproximadamente um ano de idade ele perdeu a visão através de varíola, todavia, este ocorrido não o impediu de adquirir um conhecimento de latim e grego, bem como estudar matemática. Amigos liam para ele.

Destaca-se a máquina que ele desenvolveu. A mesma máquina era útil tanto para realização dos cálculos algébricos quanto para a descrição de figuras retilíneas, podendo ser comparada a um "pré-geoplano".

A máquina consistia em um quadrado, dividido em quatro partes iguais por meio de linhas perpendiculares aos lados, de modo que ele ofereça os nove pontos 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9. O quadrado é perfurado por nove orifícios capazes de receber alfinetes de duas espécies todos do mesmo comprimento e da mesma grossura, mas uns com a cabeça um pouco mais grossa do que outros.

Os alfinetes de cabeça grande situam-se sempre no centro do quadrado; os de cabeça pequena, sempre nos lados exceto em um único caso, o do zero. O zero é assinalado por um alfinete de cabeça grande, colocado no centro do pequeno quadrado, sem que haja qualquer outro alfinete nos lados. O algarismo “1” é representado por um alfinete de cabeça pequena, colocado no centro do quadrado, sem que haja qualquer outro alfinete nos lados.

Algarismo	Representação	Algarismo	Representação
0	○ ○ ○ ○ ⊗ ○ ○ ○ ○	5	○ ○ ○ ○ ⊗ ○ ○ ○ ●
1	○ ○ ○ ○ ● ○ ○ ○ ○	6	○ ○ ○ ○ ⊗ ○ ○ ● ○
2	○ ● ○ ○ ⊗ ○ ○ ○ ○	7	○ ○ ○ ○ ⊗ ○ ● ○ ○
3	○ ○ ● ○ ⊗ ○ ○ ○ ○	8	○ ○ ○ ● ⊗ ○ ○ ○ ○
4	○ ○ ○ ○ ⊗ ● ○ ○ ○	9	● ○ ○ ○ ⊗ ○ ○ ○ ○

Figura 1 – Adaptando números de Saunderson, da “carta para cegos” de Diderot (2007)

O ● representa alfinete de cabeça pequena e ⊗ indica alfinete de cabeça grande

O algarismo “2” é indicado por um alfinete de cabeça grande, situado no centro do quadrado, e por um alfinete de cabeça pequena, situado em um dos lados do ponto “1”. O algarismo “3” é representado por um alfinete de cabeça grande, situado no centro do quadrado, e por um alfinete de cabeça pequena, situado num dos lados do ponto “2”.

Indica-se o algarismo “4” por um alfinete de cabeça grande, situado no centro do quadrado, e por um alfinete de cabeça pequena, situado no centro do quadrado, e por um alfinete de cabeça pequena, situado num dos lados do ponto “3”.

O algarismo “5”, por um alfinete de cabeça grande, situado no centro do quadrado, e por um alfinete de cabeça pequena, colocado em um dos lados do ponto “4”. O algarismo “6” é representado por um alfinete de cabeça grande, situado no centro do quadrado, e por um alfinete de cabeça pequena, situado num dos lados do ponto “5”.

O algarismo “7”, por um alfinete de cabeça grande, colocado no centro do quadrado, e por um alfinete de cabeça pequena, colocado num dos lados do ponto “6”. O algarismo “8”, por um alfinete de cabeça grande, colocado no centro do quadrado, e por um alfinete de cabeça pequena, colocado num dos lados do ponto “7”. E o algarismo “9”, por um alfinete de cabeça grande, colocado no centro do quadrado, e por um alfinete de cabeça pequena, colocado num dos lados do quadrado do ponto “8”.

O material apresentado por Saunderson pode ser considerado um precursor das celas Braille. Não obstante, a forma como confeccionava figuras planas, utilizando seu material ele estava introduzindo, de modo inconsciente, o hoje utilizado geoplano.

A gravura abaixo indica a representação de um trapézio segundo usos de Saunderson.

$$
\begin{bmatrix} \bullet & \bullet & \bullet \\ 0 & \bullet & 0 \\ 0 & 0 & \bullet \end{bmatrix}
\begin{bmatrix} \bullet & \bullet & \bullet \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}
\begin{bmatrix} \bullet & \bullet & \bullet \\ 0 & 0 & \bullet \\ 0 & 0 & \bullet \end{bmatrix}
$$
$$
\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}
\begin{bmatrix} \bullet & 0 & 0 \\ 0 & \bullet & 0 \\ 0 & 0 & \bullet \end{bmatrix}
\begin{bmatrix} 0 & 0 & \bullet \\ 0 & 0 & \bullet \\ \bullet & \bullet & \bullet \end{bmatrix}
$$

Figura 02 – Representação de um trapézio

Os pontos pretos representam alfinetes e os zeros são espaços vazios. Entre colchetes tem-se uma “cela” do esquema de Saunderson.

Com o tato ele caracterizava as figuras. Quando as figuras eram grandes ou com maior riquezas de detalhes, ele colocava apenas nos extremos (vértices) alfinetes e estes eram unidos por barbantes.

E um terceiro matemático cego é **Bernard Morin**. Ele nasceu em 1931 em Shangai, onde o seu pai trabalhava para um banco. Morin desenvolveu glaucoma bem cedo e foi levado para a França para tratamento médico. Ele voltou a Shangai, mas, por ocasião do rompimento das retinas ficou completamente cego aos seis anos de idade.

Depois que ficou cego, Morin retornou para a França sendo educado em escolas para cegos até a idade de quinze anos, quando entrou no ensino regular. Estudou sob Henri Cartan e se juntou ao Centre National de la Recherche Scientifique como pesquisador em 1957. Morin já era bem conhecido por sua eversão da esfera e tinha passado dois anos no Institute for Advanced Study na época em que concluiu a sua tese de Ph.D. teoria da singularidade em 1972.

A grande notoriedade de Morin está no fato de ser dos matemáticos que demonstrou a possibilidade da "eversão da esfera", um problema na área de Topologia Matemática.

As citações desses matemáticos servem para indicar que a Matemática pode ser apreendida por pessoas com necessidades especiais, e que a participação ativa da família e de amigos (e dos professores especialistas) é de grande importância para uma aprendizagem significativa.

Capítulo I – Introdução

O que motivou escrever sobre o tema foi o fato de, quando professor de Matemática na Escola de Ensino Fundamental e Médio Presidente Roosevelt, em Fortaleza, de fevereiro de 1998 a julho de 2002, tive a oportunidade de trabalhar com alunos com deficiência visual. Até então associava a minha prática docente a ideia de que os alunos compreenderiam bem melhor a Matemática por meio de exercícios associados à realidade, feitos repetidas vezes.

Questionava, no entanto, se a realidade dos discentes com deficiência visual não era considerada, no sentido de orientações pedagógicas aos docentes. Com efeito, estando incluído em sala de aula regular, em relação à postura pedagógica do professor, não é necessário que o mesmo saiba Braille para ter uma comunicação ativa com discente cego. É necessário *domínio do conteúdo*, de tal forma que o docente consiga transmitir os conhecimentos de forma compreensível. Independentemente de estratégias utilizadas, a maneira como o professor *fala* cria, no estudante, uma sensação de confiança naquilo o qual é comunicado pelo docente.

Em relação à minha prática docente, observava que atividades as quais eram apresentadas escritas no quadro-negro, muito embora fossem verbalizados todos os processos de formulação e resolução dos mencionados exemplos detalhadamente para os referidos estudantes, não usava material concreto, porque não sabia o que utilizar e não havia informações, por parte de professores itinerantes, do que utilizar no Ensino Médio. Assim sendo, percebia que os aprendizes cegos estavam apenas reproduzindo o conhecimento que era passado[1].

Com efeito, diante da resolução de situações-problemas que tinham o mesmo conteúdo matemático estudado em sala de aula, mas que apresentavam um contexto diferenciado, os discentes não resolviam de modo satisfatório. Exemplificando:

Dispondo de 20 metros de tela de arame deseja-se cercar um terreno de formato retangular. Quais as medidas do lado do retângulo de maior área assim construído? (BRANDÃO, 2009).

Tal exemplo, apresentado em sala de aula, era resolvido por mim, como docente. Quando eram apresentadas variações, como utilizar uma parede como um dos lados, muitos discentes não resolviam a aplicação.

Desta feita, em virtude da presença dos alunos com deficiência visual passei a achar mais importante o uso de exercícios de Matemática voltados para a realidade desses discentes; fazendo uso de materiais concretos, como tangram e material dourado; bem como o uso de partes do corpo dos próprios alunos para a formação ou compreensão de conceitos matemáticos.

Quando uma pessoa não dispõe da visão, desde cedo se procura fazer uso de sua percepção espacial, estimulando o uso dos demais sentidos, principalmente tato e audição, conforme explicam Ochaita e Espinosa (2004) e Batista (2005). Conhecer-se[2] é algo de

---

[1] E os que não tinham deficiência visual também não compreendiam muito as modificações. Assim sendo, passei a focar minhas atividades docentes visando aprendizagem dos discentes cegos, confeccionando material concreto útil para ambos os estudantes (com e sem deficiência visual)

[2] Na Orientação e Mobilidade, conhecer-se significa que o discente tem

grande valia para uma aprendizagem significativa e para uma locomoção independente. E a locomoção independente é adquirida através da Orientação e Mobilidade (OM).

De fato, a função da OM é ensinar a pessoa com deficiência visual a se locomover em público, fornecendo-lhe percepção espacial e conhecimento do próprio corpo, sendo desenvolvidas técnicas para uma vida independente (BRASIL, 2002). E a OM faz uso de materiais concretos para facilitar compreensão de várias situações vivenciadas pelos discentes cegos. Por exemplo, um pequeno retângulo de madeira para representar uma porta ou o piso de uma sala.

Como professor na área de OM da Escola de Ensino Fundamental Instituto dos Cegos de Fortaleza, de julho de 2002 a dezembro de 2008, comecei a observar que há muitas noções matemáticas envolvidas nas técnicas de OM, principalmente noções de Geometria Plana. Por exemplo, em uma postura inicial para uma locomoção independente, o discente com deficiência visual fica em pé, na posição vertical, formando entre o braço, o cotovelo e o antebraço um ângulo de 120º, para utilizar a bengala longa. Ela se locomove em uma calçada paralelamente ao meio-fio etc. Também destaca-se a ideia de interseção de reta e plano quando relacionamos um pé contido no piso (plano) e respectiva perna (reta).

Figura 03 – Postura para locomoção independente.

A figura “03” mostra uma pessoa tendo aula de OM. Observa-se que ela está na vertical (em pé, ereta, sem inclinações), o braço que segura a bengala tem um ângulo próximo de 120º. A discente está se locomovendo paralelamente à uma parede, muito embora esteja utilizando a mão esquerda no corrimão (o que deve ser evitado!)

---

conhecimento do próprio corpo. Sabe o tamanho de seus braços e de suas pernas. Compreende lateralidade: por exemplo, se o aluno está na frente de uma pessoa, então sua direita corresponde à esquerda dessa pessoa.

Vertical, ângulo, paralelamente são expressões relacionadas com conceitos muito utilizados na Matemática, principalmente na Geometria. Assim, ao mesmo tempo em que refletia sobre isso, comecei a tentar entender: de que forma um aluno cego percebe um ângulo de 120º? Como é compreendido o conceito de paralelismo? Será que a partir da realização de atividades de OM estudantes cegos podem compreender conceitos geométricos? Se sim, como a partir da realização de atividades de OM alunos cegos podem compreender conceitos geométricos?

Também despertava meu interesse as maquetes. Com efeito, maquetes são recursos muito utilizados na OM com o objetivo de formar um mapa tátil o qual facilite a construção de um mapa mental pelo discente cego. Essas maquetes incluem várias figuras de distintos formatos geométricos, como retângulos, triângulos etc. Assim me perguntava: será que a partir da interação com essas maquetes estudantes cegos conceituam quadrados, retângulos, entre outros?

Mesmo não encontrando resposta formal à essa questão, mas somente intuitiva, assumi como pressuposto que a realização de atividades de OM promove a compreensão de conceitos matemáticos.

Propus o método GEUmetria = EU + Geometria (BRANDÃO, 2004), que utiliza técnicas da OM para introduzir conceitos geométricos. O fato de ter formação matemática e desempenhar a função de técnico de Orientação e Mobilidade ajudou-me a estabelecer ligação entre os dois tipos de conhecimento. Sendo o tato uma das maneiras que pessoas com deficiência visual têm para compreender formas geométricas, texturas, entre outras, o GEUmetria[3] também faz uso da exploração tátil para aprendizagem de conceitos geométricos (BRANDÃO, 2004).

Uma das principais questões da pesquisa é se há relação entre a realização de atividades de OM para estudantes cegos congênitos e a compreensão de conceitos geométricos, como se dá? A partir da análise *a priori* das técnicas de OM quanto ao conhecimento

---

[3] Destaca-se que conceitos geométricos são apresentados a partir das atividades de OM e não o inverso. Exemplificando, entre as técnicas de OM há a de formação de conceitos – esquema corporal. O objetivo da técnica em questão é construir o conceito da imagem do próprio corpo pela inter-relação indivíduo-meio, identificando as partes do corpo que são usadas no ensino das técnicas básicas de Mobilidade: a altura da cintura, cabeça para cima, pé direito, etc.

geométrico que envolvem e, diante de estudo de caso em que jovens cegos congênitos são observados durante aulas de OM e aulas de Matemática, verificar como eles associam conceitos comuns às duas situações.

Em busca de modelos teórico–metodológicos que fornecessem subsídios para verificar o nível de aprendizagem dos conceitos geométricos pelos alunos cegos, encontrei o método Van Hiele de ensino de geometria. Achei-o apropriado porque, para eles, o pensamento geométrico evolui de modo lento desde as formas iniciais de pensamento até as formas dedutivas finais nas quais a intuição e a dedução vão se articulando (VAN HIELE, 1986).

Isso, a aprendizagem de conceitos geométricos, remete ao tema sobre formação de conceitos. Em outras palavras, pretendo compreender se – e como – a vivência em OM promove a formação de conceitos geométricos por discentes cegos congênitos. Assim sendo, para fundamentação teórica encontrei os trabalhos de Vygotsky (1988 e 2001).

Vygotsky distingue três fases no processo de formação de conceitos. A primeira é denominada de "conglomerado vago e sincrético de objetos isolados". A segunda é a do "pensamento por complexos". Nessa fase os objetos isolados se associam na mente da criança devido às suas impressões subjetivas e "às relações que de fato existem entre esses objetos". Um complexo é um agrupamento concreto de objetos e fenômenos unidos por ligações factuais. Essa fase é importante porque há nela um momento chamado de pseudoconceito, bastante semelhante ao conceito propriamente dito e, inclusive, elo de ligação para a formação dos conceitos.

A terceira fase é a de formação de conceitos. Vygotsky a distingue da fase de pensamento por complexos, afirmando que para formar conceitos é necessário abstrair, isolar elementos, e examinar os elementos abstratos separadamente da totalidade da experiência concreta de que fazem parte. Na verdadeira formação de conceitos, é igualmente importante unir e separar: a síntese deve combinar-se com a análise. O pensamento por complexos não é capaz de realizar essas duas operações.

Para entender o processo de formação de conceitos, via escolarização, por exemplo, é preciso considerar as especificidades e as relações existentes entre conceitos cotidianos e conceitos científicos, conforme o pensamento de Vygotsky.

A aprendizagem de um conceito se dá quando o discente é capaz de fornecer características do referido conceito, bem como fornecer contraexemplos. Exemplificando: um triângulo possui três lados e três ângulos. Seus lados, digamos de medidas x, y e z, são tais que[4] $| x - y | < z < x + y$. Um contraexemplo é argumentar que três medidas quaisquer podem não formar um triângulo, como dois cm, três cm e seis cm. Dentre os pesquisadores que investigaram a apreensão de conceitos geométricos, destaco o casal Van Hiele.

A teoria do casal Dina e Peter Van Hiele (1986) refere-se ao ensino e aprendizagem da Geometria. Esta teoria, desenvolvida nos anos 50 do século XX, propõe uma progressão na aprendizagem deste tópico através de cinco níveis cada vez mais complexos, a saber: (0) visualização ou representação; (1) análise; (2) dedução informal; (3) dedução formal e (4) rigor. Esta progressão é determinada pelo ensino.

Um dos desafios que encontrei nessa pesquisa foi adequar o método dos Van Hiele para pessoas cegas de nascença, principalmente no que concerne aos aspectos visuais que esse método propõe. Por exemplo, para a visualização ou representação de figuras planas, primeiro dos níveis do método Van Hiele, usa-se peças de papelão ou EVA. Como ilustração, considere-se a figura 02. Para pessoas videntes[5] um retângulo e um quadrado são apresentados de várias formas, para que esses possam ver e identificar. Para alunos com deficiência visual, ao fazer uso de maquetes, via tato, os discentes identificam a quantidade de vértices. Identificam os tipos de ângulos internos e estabelecem as medidas dos lados (se são ou não iguais).

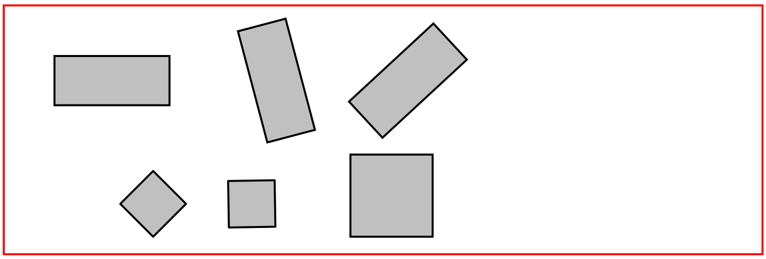


Figura 04 – representações de quadrados e retângulos

Deste modo, o objetivo geral desta tese é investigar se a

[4] A ideia básica é que ao escolher um dos lados, este é menor que a soma dos outros dois lados e é maior que o módulo da diferença entre esses dois lados.
[5] Pessoas videntes são as que não possuem deficiência visual (BRASIL, 2002).

aprendizagem de conceitos geométricos, tais como: triângulos, quadriláteros e simetrias, por alunos cegos congênitos incluídos em salas de escolas regulares, podem ser estimulados por atividades de OM.

Assumo como hipóteses:

- A Orientação e Mobilidade, a qual faz parte do contexto social da pessoa com deficiência visual, pode ser eficaz à aprendizagem de conceitos geométricos;
- O Método Van Hiele pode ser eficaz por causa do respeito ao ritmo de aprendizagem de cada indivíduo, assim como a valorização de seus conhecimentos prévios. Isto é, os níveis de aquisição do pensamento geométrico por estudantes cegos estão relacionados com níveis de ensino apropriados aos níveis de aquisição.

Como objetivos específicos, têm-se: identificar conteúdos geométricos nas técnicas de OM; verificar se a apresentação de conceitos da Geometria Plana a partir da vivência de técnicas de OM possibilita uma boa compreensão desse conteúdo; e estruturar o método GEUmetria para a aprendizagem de conceitos geométricos por discentes cegos.

Assim sendo, o presente estudo fica assim organizado: em um primeiro momento apresenta-se uma revisão da literatura sobre a apreensão de conceitos segundo Vygotsky e sobre como pessoas cegas apreendem conceitos, conforme Batista e Ochaita e Espinosa, entre outros. Ainda neste capítulo a teoria dos Van Hiele é apresentada, haja vista a aprendizagem de conceitos geométricos ser tratada nesta parte da tese.

No capítulo seguinte, apresento a Orientação e Mobilidade e faço análise dos conhecimentos geométricos envolvidos com as técnicas de OM. A primeira versão do método GEUmetria também é abordada. Trabalhos como o de Saxe o qual fez observações com os Oskapim, em Papua Nova Guiné, o de Argyropoulos (2006) e seu grupo que realizou estudos com uma discente cega na Grécia relacionando Matemática com Geografia. Também há menção ao trabalho de Fihn (2007) que faz uso de partes do corpo em atividades físicas para compreensão de conteúdos geométricos.

Capítulo II: Formação de Conceitos

Dedico este capítulo aos fundamentos teóricos que deram suporte aos meus questionamentos sobre como se dá a aprendizagem de conceitos geométricos por estudantes cegos congênitos incluídos em escolas regulares. É apresentado tendo os seguintes tópicos: processo de aprendizagem de conceitos, processo de aprendizagem de conceitos geométricos, processo de aprendizagem de conceitos por pessoas cegas.

Em relação à este capítulo, o primeiro tópico que trata do processo de aprendizagem de conceitos está estruturado principalmente nos trabalhos de Vygotsky. Com efeito, questionou Vygotsky (2001, p. 245): “o que acontece na mente da criança com os conceitos científicos que lhe são ensinados na escola?”. A análise para a resposta desse questionamento tal como apresento pelo autor serve de base para a minha indagação sobre se o ensino de conceitos da Geometria Plana a partir da vivência que o aluno tem de técnicas de OM possibilita uma compreensão desse conteúdo

No tópico subsequente, ocupo-me em relatar como se dá o processo de aprendizagem de conceitos geométricos sob diferentes perspectivas teóricas acerca do pensamento matemático. É nessa etapa que destaco o método Van Hiele e sua estreita relação com a temática que estou investigando.

No terceiro tópico trato da compreensão de conceitos por pessoas com deficiência visual, principalmente indivíduos cegos congênitos. Tem como base trabalhos de Ochaita e Espinosa, na Espanha, e Batista, no Brasil, entre outros. Para compreensão do tema, abordo a temática da deficiência visual.

2.1. O processo de formação de conceitos segundo Vygotsky

Um tema central dessa tese é a aprendizagem de conceitos geométricos por discentes com deficiência visual. Como se dá a aprendizagem de conceitos por pessoas que têm deficiência visual? A compreensão sobre como se dá a aprendizagem de conceitos por pessoas sem deficiência visual está atrelada as diferenças advindas da condição de pessoa cega, que na ausência da visão utiliza-se dos demais sentidos para conhecer o mundo que a cerca.

Para analisar esse tema e refletir sobre o ensino de geometria para pessoas com deficiência visual, uma fundamentação teórica desta tese, em relação ao Vygotsky, são seus trabalhos apresentados principalmente nos livros "Formação social da mente", em 1988 e "A construção do pensamento e da linguagem", de 2001. Ele trata da mediação, a qual é o processo de intervenção de um elemento intermediário numa relação; a relação deixa de ser direta e passa a ser mediada por esse elemento.

Para ele, a ação docente somente terá sentido se for realizada no plano da Zona de Desenvolvimento Proximal (ZDP). Isto é, o professor constitui-se na pessoa mais competente para auxiliar o aluno na resolução de problemas que estão fora do seu alcance, desenvolvendo estratégias para que pouco a pouco possa resolvê-las de modo independente.

O trabalho escolar com a ZDP tem relação direta com o entendimento do caráter social do desenvolvimento humano e das situações de ensino escolar, levando-se em conta as mediações histórico-culturais possíveis nesse contexto. De acordo com Vygotsky (2001), o aluno é capaz de fazer mais com o auxílio de uma outra pessoa (professores, colegas) do que faria sozinha; sendo assim, o trabalho escolar volta-se especialmente para esta zona em que se encontram as capacidades e habilidades potenciais, em amadurecimento. Essas capacidades e habilidades, uma vez internalizadas, tornam-se parte das conquistas independentes da criança.

A internalização é um processo de reconstrução interna, intersubjetiva, de uma operação externa com objetos que o homem entra em interação. Trata-se de uma operação fundamental para o processo de desenvolvimento de funções psicológicas superiores e consiste nas seguintes transformações: de uma atividade externa para uma atividade interna e de um processo interpessoal para um processo intrapessoal. O percurso desta internalização das formas culturais pelo indivíduo, que tem início em processos sociais e se transforma em processos internos, interiores do sujeito, ou seja, por meio da fala chegasse ao pensamento. Destaca-se a criação da consciência pela internalização, ou seja, para Vygotsky, esse processo não é o de uma transferência (ou cópia) dos conteúdos da realidade objetiva para o interior da consciência, pois esse processo é, ele próprio, criador da consciência.

O trabalho docente voltado para a exploração da ZDP e para a construção de conhecimentos nela possibilitada requer atenção para a complexidade desse processo de construção pelo aluno. Mesmo quando o conhecimento está sendo construído efetivamente, os processos interpessoais abrangem diferentes possibilidades de ocorrências, não envolvendo apenas movimentos de ajuda.

Os processos mentais superiores que caracterizam o pensamento tipicamente humano são processos mediados por sistemas simbólicos. Essa capacidade de representação simbólica liberta o homem da necessidade de interação concreta com os objetos de seu pensamento, permitindo que ele pense sobre coisas passadas ou futuras, inexistentes ou ausentes do espaço onde ele se encontra, sobre planos, projetos e intenções.

Os conceitos, representações da realidade rotuladas por signos específicos (as palavras), ao ordenarem as ocorrências do mundo real em categorias, de maneira a simplificar sua extrema complexidade, de certa forma moldam a percepção que temos do mundo. Relacionando com a geometria, por exemplo, a forma triangular existe no mundo físico, todavia a palavra "triângulo" agrupa todas as ocorrências dessa forma geométrica sob uma mesma categoria conceitual.

Uma pessoa que se desenvolve numa cultura que dispõe da palavra "triângulo" interage simultaneamente com as formas triangulares que encontra no mundo e com a existência e o uso dessa palavra. O conceito de triângulo que essa pessoa possui, portanto, procede ao mesmo tempo de um dado objetivo e da disponibilidade da palavra, com um determinado significado, na sua língua.

A partir de sua experiência com o mundo objetivo e do contato com as formas culturalmente determinadas de ordenação e designação das categorias da experiência, o sujeito vai construir sua estrutura conceitual, seus significados. Esse é um processo que ocorre ao longo do desenvolvimento intelectual da criança e do adolescente e persiste na vida adulta - o sujeito está sempre adquirindo novos conceitos. Essa rede de conceitos representa, ao mesmo tempo, o conhecimento que ele acumulou sobre as coisas e o filtro através do qual ele é capaz de interpretar os fatos, eventos e situações com que se depara no mundo objetivo.

Conforme Vygotsky (2001) a formação de conceitos é o resultado de uma atividade complexa em que todas as funções intelectuais básicas tomam parte. No entanto, o processo não pode ser reduzido à associação, à atenção, à formação de imagens, à inferência ou às tendências determinantes. Todas são indispensáveis, porém insuficientes sem o uso do signo, ou palavra, como o meio pelo qual conduzimos as nossas operações mentais, controlamos o seu curso e as canalizamos em direção à solução do problema que enfrentamos.

A compreensão do processo de formação de conceitos pelo sujeito é um dos pontos de preocupação de Vygotsky e suas considerações a respeito constituem uma grande contribuição de seu pensamento para o ensino escolar. Segundo o autor, para o conhecimento do mundo, os conceitos são imprescindíveis, pois com eles o sujeito categoriza o real e lhe atribui significados.

O desenvolvimento do pensamento conceitual – que ele permite uma mudança na relação cognitiva do homem com o mundo – é função da escola e contribui para a consciência reflexiva do aluno. Os experimentos realizados por Vygotsky (e colaboradores como Luria) revelaram que a formação de conceitos é um processo criativo e se orienta para a solução de problemas.

O desenvolvimento dos processos que resultam na formação de conceitos inicia-se na infância, mas as funções intelectuais básicas para isso só ocorrem na puberdade. É relevante, pois, para a reflexão sobre o ensino, considerar que os conceitos começam a ser formados desde a infância, mas só aos 11, 12 anos a criança é capaz de realizar abstrações que vão além dos significados ligados a suas práticas imediatas. Vale destacar que os sujeitos de estudo desta tese, quando observados, estavam entre 14 e 18 anos de idade.

Todavia não se dá pela idade simplesmente, é preciso considerar o contexto histórico-cultural que o sujeito interpreta diante de situações em que, pela atividade intersubjetiva do sujeito, seja a criança ou o adulto, ocorre a apropriação de significados da linguagem que, por conseguinte, forma conceitos desse sujeito.

A partir dos seus estudos experimentais a respeito da ontogênese dos conceitos artificiais, utilizando blocos de madeira com diferentes tamanhos, formas e cores e que possuíam denominações específicas de acordo com certas propriedades que eram comuns e simultâneas, Vygotsky (2001) apresenta três momentos distintos com relação ao desenvolvimento das estruturas de generalização: o pensamento sincrético, o pensamento por complexos e o pensamento conceitual propriamente dito.

O pensamento sincrético caracteriza-se pelo fato da criança efetivar os primeiros agrupamentos, bastante rudimentares, de maneira não organizada. Os critérios utilizados pela criança são critérios “subjetivos”, sofrem contínuas mudanças e não estabelecem relações com as palavras, pois não desempenham um fator de organização para a classificação da sua experiência. Já no pensamento por complexos, baseado na experiência imediata, a criança já forma um conjunto de objetos a partir de relações fundamentadas em fatos, identificadas entre eles. Os objetos são agrupados a partir da base de vinculação real entre eles, um atributo que a criança apreende a partir da situação imediata envolvida. Neste caso o pensamento ainda se encontra em um plano real-concreto.

O desenvolvimento do pensamento por complexos é o norteador da formação do que Vygotsky denomina de pseudoconceitos, fase que marca o início da conexão entre o pensamento concreto e o pensamento abstrato de uma criança, um equivalente ao pensamento conceitual do adulto. Neste nível não ocorre mais uma classificação baseada nas impressões perceptuais imediatas, mas sim a determinação e a separação de variados atributos do objeto, situando-o em uma categoria específica - o conceito abstrato codificado numa palavra.

Para Vygotsky, o conceito é impossível sem a palavra e o pensamento conceitual não existe sem o pensamento verbal. A capacidade do adolescente para a utilização significativa da palavra, agora como um conceito verdadeiro, é o resultado de um conjunto de transformações intelectuais que se inicia na infância. A adolescência é um período de crise e amadurecimento do pensamento e, no seu decorrer, o pensamento sincrético e o pensamento por complexos vão cedendo espaço para os conceitos verdadeiros – no entanto, não acontece o abandono total destas formas de pensamento.

Segundo Vygotsky, as forças que movimentam estes processos e acionam os mecanismos de amadurecimento encontram-se, na verdade, fora do sujeito. As determinantes sociais criando problemas, exigências, objetivos e motivações impulsionam o desenvolvimento intelectual do adolescente, no que se refere ao conteúdo e pensamento, tendo-se em vista a sua projeção na vida social, cultural e profissional do mundo adulto. Ou seja, o desenvolvimento intelectual no adolescente precisa ter seu vetor voltado ao crescente domínio consciente e voluntário sobre si mesmo, sobre a natureza e sobre a cultura.

Neste sentido, a escola tem a função de possibilitar o acesso às formas de conceituação que são próprias da ciência, não no sentido de acumulação de informações, mas sim como elementos participantes na reestruturação das funções mentais dos estudantes para que possam exercer o controle sobre as suas operações intelectuais – um processo da internalização com origem na intersubjetividade e nos contextos partilhados específicos e regulados socialmente.

Para entender o processo de formação de conceitos, via escolarização, pois os sujeitos de estudo desta tese estão incluídos em salas de escolas regulares, por exemplo, é preciso considerar as especificidades e as relações existentes entre conceitos cotidianos e conceitos científicos, conforme o pensamento de Vygotsky. A esse respeito, ele afirma o seguinte:

> Acreditamos que os dois processos – o desenvolvimento dos conceitos espontâneos e dos conceitos não-espontâneos – se relacionam e se influenciam constantemente. Fazem parte de um único processo: o desenvolvimento da formação de conceitos, que é afetado por diferentes condições externas e internas, mas que é essencialmente um processo unitário, e não um conflito entre formas de intelecção antagônicas e mutuamente exclusivas. (VYGOTSKY, 2001, p.258)

Os conceitos são generalizações cuja origem encontra-se na palavra que, internalizada, se transforma em signo mediador, uma vez que todas as funções mentais superiores são processos mediatizados e os signos são meios usados para dominá-los e dirigi-los. Ou seja, os conceitos são, na verdade, instrumentos culturais orientadores das ações dos sujeitos em suas interlocuções com o mundo e a palavra se constitui no signo para o processo de construção conceitual.

As formulações de Vygotsky sobre esse processo de formação de conceitos ajuda-me a encontrar caminhos no ensino para compreender como se dá o desenvolvimento intelectual dos alunos observados. Com efeito, os conteúdos geométricos têm como um dos eixos de estruturação os desdobramentos de conceitos amplos da ciência a que correspondem, e são encarados como instrumentos para o desenvolvimento dos alunos, conforme os Parâmetros Curriculares Nacionais – PCNs (BRASIL, 1998). O próximo tópico trata da aprendizagem de conceitos geométricos.

2.2. O processo de formação de conceitos geométricos.

Focando a apreensão de conceitos geométricos por estudantes cegos, como ocorre a compreensão de conceitos matemáticos, em particular, os conceitos geométricos em estudantes videntes?

Responder esse questionamento serve de subsídio para o método GEUmetria, o qual relaciona a Geometria com a Orientação e Mobilidade. Antes, porém, faço um breve relato sobre o desenvolvimento da Geometria Plana, com efeito, a compreensão da análise histórica do desenvolvimento de um conceito em muito facilita sua compreensão, destaca Eves (2002).

Conforme a História da Matemática, segundo Eves (2002) e Courant e Robbins (2000), há relatos que explicam como eram divididas as terras para tributação no Antigo Egito. As civilizações de beira-rio (as do Nilo e também as dos rios Tigre, Eufrates, etc.) desenvolveram uma habilidade em engenharia na drenagem de pântanos, na irrigação, na defesa contra inundação, na construção de templos e edifícios.

Era uma Geometria prática, em que o conhecimento matemático tinha uma função meramente utilitária. De acordo com essa função, a Geometria, que significa "medida de terra", associa-se à prática de medição das terras, como por exemplo: a demarcação dos lados de um terreno; a ideia de área para a tributação e para a divisão entre herdeiros; a ideia de volume na irrigação; a construção de templos etc. Ainda hoje esta percepção de uma Geometria vivenciada, associada ao cotidiano dos discentes é recomendada pelos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN), de acordo com Brasil (1998).

Conforme os PCN (BRASIL, 1998) os conceitos geométricos constituem parte importante do currículo de Matemática no ensino fundamental, porque o aluno desenvolve um pensamento que lhe permite compreender, descrever e representar, de forma organizada, o mundo em que vive. O estudo da Geometria serve para trabalhar com situações-problema e é um tema pelo qual os alunos costumam se interessar naturalmente, destacam os PCN. Com efeito, o trabalho com noções geométricas contribui para a aprendizagem de números e medidas, já que estimula o aluno a observar, perceber semelhanças e diferenças, identificar regularidades etc.

O trabalho com espaço e forma pressupõe que o professor de Matemática explore situações em que sejam necessárias algumas construções geométricas com régua e compasso, como visualização e aplicação de propriedades das figuras, além da construção de outras relações. Esse bloco de conteúdos contempla não apenas o estudo das formas, mas também as noções relativas a posição, localização de figuras e deslocamentos no plano e sistemas de coordenadas (BRASIL, 1998).

Destaca-se, ainda em conformidade com os PCN, a importância das transformações geométricas (isometrias, homotetias), quando desenvolvem habilidades de percepção espacial como recurso para induzir de forma experimental a descoberta, por exemplo, das condições para que duas figuras sejam congruentes ou semelhantes. Além disso, é fundamental que os estudos do espaço e forma sejam explorados a partir de objetos do mundo físico, de obras de arte, pinturas, desenhos, esculturas e artesanato, de modo que permita ao aluno estabelecer conexões entre a Matemática e outras áreas do conhecimento (BRASIL, 1998).

Em conformidade com Eves (2002) e Courant e Robbins (2000), os PCN destacam que na vida em sociedade, as grandezas e as medidas estão presentes em quase todas as atividades realizadas. Desse modo, desempenham papel importante no currículo, pois mostram claramente ao aluno a utilidade do conhecimento matemático no cotidiano. As atividades em que as noções de grandezas e medidas são exploradas proporcionam melhor compreensão de conceitos relativos ao espaço e às formas. São contextos muito ricos para o trabalho com os significados dos números e das operações, da ideia de proporcionalidade e um campo fértil para uma abordagem histórica. Além disso, os conteúdos referentes a grandezas e medidas proporcionam contextos para analisar a interdependência entre grandezas e expressá-la algebricamente.

Hoje em dia, em algumas escolas faz-se o uso de *software* para aprendizagem de conceitos geométricos, como o Logo. De acordo com Fainguelenert[6] (1999), a Geometria pode ser vista como o estudo das formas e do espaço, de suas medidas e de suas propriedades. Os alunos descobrem relações e desenvolvem o senso espacial construindo, desenhando, medindo, visualizando, comparando, transformando e classificando figuras.

A discussão de ideias, o levantamento de conjecturas e a experimentação das hipóteses precedem as definições e o desenvolvimento de afirmações formais. A exploração informal da Geometria pode ser motivadora e matematicamente produtiva, nos primeiros ciclos do Ensino Fundamental. Nesta etapa, o ensino de Geometria recai sobre a investigação, o uso de ideias geométricas e

---

[6] Professora do Instituto de Educação Matemática da Universidade Santa Úrsula – RS, e que fez tese de doutorado sobre a representação e a construção em Geometria usando a linguagem Logo

relações, ao invés de se ocupar com definições a serem memorizadas e fórmulas a serem decoradas.

A Geometria constitui parte importante do currículo, pois a partir dela o aluno desenvolve o pensamento espacial. A ação é de mão dupla: ao mesmo tempo em que o aluno desenvolve este tipo de pensamento, descrevendo a sua própria ocupação e movimentação do espaço, é também através desse raciocínio que ele descreve e representa o mundo em que vive. É um processo dinâmico (FAINGUELERNT, 1999). Para a referida autora a construção de um conceito geométrico segue a sequência: visualização, percepção, representação, abstração e generalização. Essa sequência, apresentada para ambiente Logo, tem como base o método dos Van Hiele (1986).

O método apresentado pelos Van Hiele (1986) é de grande valia para esta tese. A teoria de Dina e Peter van Hiele desenvolvida nos anos 50 do século XX, propõe uma progressão na aprendizagem deste tópico através de cinco níveis cada vez mais complexos. Esta progressão é determinada pelo ensino. Assim, o professor tem um papel fundamental ao definir as tarefas adequadas para os alunos progredirem para níveis superiores de pensamento. Sem experiências adequadas, o seu progresso através dos níveis é fortemente limitado.

Conforme teoria há cinco níveis de aprendizagem da Geometria: visualização (nível 0), análise (nível 1), ordenação (nível 2), dedução (nível 3) e rigor (nível 4). Na visualização os alunos compreendem as figuras globalmente, isto é, as figuras são entendidas pela sua aparência. Os conceitos geométricos são vistos como entidades totais, e não como entidades que têm componentes ou atributos. As figuras geométricas, por exemplo, são reconhecidas por sua forma como um todo, isto é, por sua aparência física, não por suas partes ou propriedades. Neste nível, alguém consegue aprender um vocabulário geométrico, identificar formas específicas e, dada uma figura, consegue reproduzi-la. Por exemplo, relembrando a figura 4:

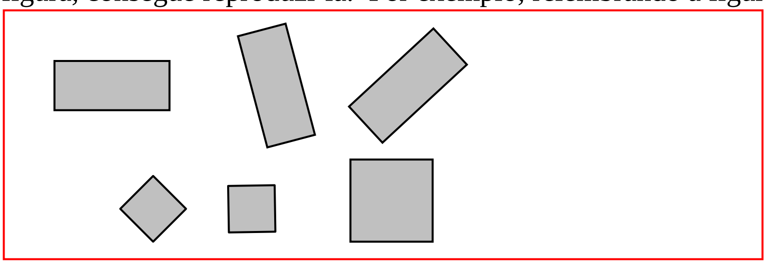


Figura 04 – representações de quadrados e retângulos

As três figuras de cima são percebidas como retângulos, enquanto as três de baixo são identificadas como quadrados, pois se parecem com retângulos e quadrados, vistos anteriormente pelo próprio discente. O discente é capaz de fazer cópias no papel ou na lousa. Alguém neste estágio, contudo, não reconheceria que as figuras têm ângulos retos e que lados opostos são paralelos.

Na análise os aprendizes entendem as figuras como o conjunto das suas propriedades; por exemplo, através da observação e da experimentação, os alunos começam a discernir as características das figuras. Surgem propriedades que são utilizadas para conceituar classes de configurações. Desta feita, reconhece-se que as figuras têm partes, sendo assim reconhecidas por tais partes. Exemplificando, considere alguns paralelogramos:

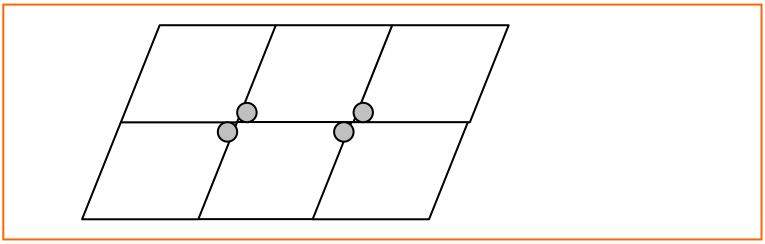


Figura 05 – paralelogramos e alguns ângulos opostos pelo vértice indicados

Identificando e “colorindo” os ângulos iguais, “estabelecer” que ângulos opostos de um paralelogramo são iguais. Após usarem vários desses exemplos, os alunos poderiam fazer generalizações para a classe dos paralelogramos. Todavia, os alunos deste nível ainda não são capazes de explicar relações entre propriedades, não vêem inter-relações entre figuras e não entendem definições.

Na ordenação, também identificada como dedução informal, os estudantes ordenam logicamente as propriedades das figuras; fazendo inter-relações. Já são capazes de deduzir propriedades de uma figura e reconhecer classes de figuras. As definições têm significado. Exemplificando: um quadrado é um retângulo porque tem todas as propriedades de um retângulo.

Na dedução os discentes entendem a Geometria como um sistema dedutivo; postulados, teoremas e definições já passam a ser compreendidos. Há possibilidades de entender e desenvolver uma demonstração de mais de uma maneira; compreendem condições necessárias e suficientes; são capazes de fazer distinções entre afirmações e recíprocas. E no rigor os alunos estudam diversos sistemas axiomáticos para a Geometria de forma abstrata.

A teoria de Van Hiele sugere que o pensamento geométrico evolui de modo lento desde as formas iniciais de pensamento até as formas dedutivas finais onde a intuição e a dedução se vão articulando. As crianças começam por reconhecer as figuras e diferenciá-las pelo seu aspecto físico e só posteriormente o fazem pela análise das suas propriedades.

O modelo visa fornecer uma compreensão daquilo que há de específico em cada nível de pensamento geométrico. Destaca-se que os Van Hiele identificaram algumas generalidades que caracterizam o modelo.

É sequencial, pois uma pessoa deve necessariamente passar pelos vários níveis, sucessivamente. Para compreender determinado nível, o discente precisa assimilar as estratégias dos níveis precedentes. O avanço, progressão ou não progressão de um nível para outro, depende mais do conteúdo e dos métodos de instrução recebidos do que a idade. Nenhum método de ensino permite ao aluno avançar de um nível para outro sem a devida compreensão.

Os objetos inerentes a um nível tornam-se os objetos de ensino no nível seguinte. Por exemplo, no primeiro nível apenas a forma é percebida. A figura, que é percebida por suas propriedades, só é caracterizada no segundo nível.

A linguística também é uma generalidade porque ressalta que cada nível tem seus próprios símbolos linguísticos e seus próprios sistemas de relações que ligam esses símbolos. Desta feita, uma relação que é “correta” em um determinado nível pode ser modificada em outro nível. Por exemplo, uma figura que pode ter mais de um nome, um quadrado é um retângulo e também é um paralelogramo, só é percebida pelo estudante que se encontra no terceiro nível.

Destaca-se que caso um aluno esteja em certo nível e o curso em um nível diferente, o aprendizado bem como o progresso talvez não se verifiquem. Combinação inadequada é denominada esta generalização do modelo. De acordo com Van Hiele, como são as fases do aprendizado? São propostas cinco fases, a saber: interrogação/informação, orientação dirigida, explicação, orientação livre e integração.

Na fase de interrogação/informação professor e alunos conversam e desenvolvem atividades envolvendo objetos de estudo no respectivo nível. Fazem-se observações, levantam-se questões e introduz-se um vocabulário específico do nível.

Na orientação dirigida os discentes exploram tópicos de estudos através do material que o professor ordenou em sequência. Tais atividades revelarão gradualmente aos alunos as estruturas características desse nível. Desta forma, grande parte do material serão pequenas tarefas com o intuito de suscitar respostas específicas.

Em relação à fase de explicação, com base em experiências anteriores, discentes expressam e trocam suas visões emergentes sobre as estruturas que foram estudadas. Mínimo é o papel do docente em virtude de o mesmo apenas orientar os alunos no uso de uma linguagem adequada.

Na orientação livre são realizadas tarefas em aberto ou que possuem várias maneiras de serem concluídas. O aluno ganha experiência ao descobrir várias formas de abordar determinada situação problema. E na integração os aprendizes reveem e sumarizam o que aprenderam com o objetivo de formar uma visão geral da nova rede de objetos e relações.

Um exemplo de ilustração das fases de aprendizagem para o conceito de retângulo:

Informação/interrogação: O professor mostra aos alunos diversos retângulos e pergunta-lhes se são ou não retângulos. Os alunos são capazes de dizer se uma dada figura é ou não retângulo, mas as razões apresentadas serão apenas de percepção visual.

Orientação guiada: Realizam-se outras atividades sobre retângulos. Por exemplo, dobrar um retângulo segundo os seus eixos de simetria; desenhar um retângulo no geoplano que tenha as diagonais iguais, construir um maior e um menor.

Figura 06 – um quadrado no geoplano

Explicitação: As atividades anteriores são seguidas por uma discussão entre os alunos sobre o que descobriram.

Orientação livre: O professor coloca o problema de construir um retângulo a partir de dois triângulos.

Integração: Os alunos reveem e resumem o que aprenderam sobre as propriedades do retângulo. O professor ajuda a fazer a síntese.

Para ser adequado, isto é, para ter em conta o nível de pensamento dos alunos, o ensino da Geometria no Ensino Fundamental deve ter como preocupação ajudá-los a progredir do nível visual para o nível de análise. Assim, eles devem começar por identificar, manipular (construir, desenhar, pintar, etc.) e descrever figuras geométricas.

De que forma o método Van Hiele pode ser adequado para pessoas com deficiência visual? Destaca-se que uma pessoa cega apesar de não ver determinada figura esta pode ser representada por peças de E.V.A., papelão ou quaisquer outros materiais concretos, satisfazendo o primeiro nível, a visualização, do método Van Hiele.

Antes de inserir o próximo tópico, a título de informação, entre as pesquisas recentes sobre a formação de conceitos geométricos destaco as de Duval[7] (2009) que argumenta que a geometria envolve três formas de processo cognitivo que preenchem especificas funções epistemológicas: visualização, construção e raciocínio.

A *visualização* é o processo que examina o espaço-representação da ilustração de uma afirmação, para a exploração heurística de uma situação complexa, por uma breve olhada ou por uma verificação subjetiva; A *construção* (processo por instrumentos) é a construção de configurações, que pode ser trabalhado como um modelo, em que as ações representadas e os resultados observados são ligados aos objetos matemáticos representados; e o *raciocínio* é para a prova e a explicação.

O autor distingue três tipos de apreensões: sequencial, perceptiva e discursiva. A apreensão *sequencial* é solicitada nas tarefas de construção ou nas tarefas de descrição com objetivo de reproduzir uma figura; a *perceptiva* é a interpretação das formas da figura em uma situação geométrica; e a *discursiva* é a interpretação dos elementos da figura geométrica, privilegiando a articulação dos

---

[7] Duval realiza estudos relativos à psicologia Cognitiva, desenvolvidos no Instituto de Pesquisa em Educação Matemática (IREM) de Estrasburgo (França).

enunciados, pois as mergulha numa rede semântica de propriedades do objeto. Para ele, a aprendizagem se efetiva quando o discente entende uma demonstração.

Com efeito, a aprendizagem de uma demonstração, para Duval (2009), consiste primeiramente na conscientização de que a demonstração é um discurso diferente do que é praticado pelo pensamento natural. A compreensão operatória das definições e dos teoremas supõe que estes sejam vistos como regras de substituição. Para o autor, a dedução é uma forma de cálculo cuja organização não está automatizada, e, a tomada de consciência do que é uma demonstração somente ocorre numa articulação de dois registros, dos quais um é a utilização pelo aluno da linguagem natural. Essa tomada de consciência surge da interação entre a representação não discursiva produzida e a do discurso expresso. Tal interação não ocorre ou não tem a mesma importância se representação e expressão são propostas dentro de outro discurso.

Um *registro* de representação é, segundo Duval (2009), um sistema semiótico que tem as funções cognitivas fundamentais em nível do funcionamento cognitivo consciente. Um tratamento é a transformação de uma representação em uma outra representação do mesmo registro. O tratamento é uma transformação estritamente interna a um registro.

Existem tratamentos que são específicos a cada registro e que não precisam de nenhuma contribuição externa para serem feitos ou justificados. Uma conversão é a transformação de uma representação de um registro D em uma outra representação de um registro A, conservando, pelo menos, a referência ao mesmo objeto ou à mesma situação representada, mas mudando, de fato, o conteúdo de apresentação.

Para Duval (2009), os problemas de geometria apresentam uma grande originalidade em relação a muitas outras tarefas matemáticas que podem ser propostas aos alunos. Nisto há uma inter-relação com os PCNs. Pois, as resoluções exigem uma forma de raciocínio que implica a referência a axiomática local, a qual se desenvolve no registro da língua natural. Ainda segundo o autor, favorecer o desenvolvimento das funções cognitivas, organizando problemas de geometria matematicamente próximos que solicitem os mesmos conhecimentos, determina uma categorização cognitiva indispensável ao aprendizado da demonstração. Sendo assim, Duval identifica três níveis de problemas:

- Nível 1: aqueles em que há congruência operatória da figura e um tratamento matemático, neste caso uma apreensão discursiva explicita não é necessária.
- Nível 2: aqueles em que a apreensão discursiva é necessária, porque não há mais congruência da figura ou porque é explicitamente pedido como justificativa.
- Nível 3: aqueles que exigem mais que uma apreensão discursiva, o recurso aos esquemas formais lógicos específicos tais como o raciocínio disjuntivo, o raciocínio por contraposição.

Percebe-se uma proximidade entre as ideias de Duval e dos Van Hiele. Também Duval (2009) explora o aspecto visual para a formação de conceitos. E como se dá a formação de conceitos por pessoas com pouca ou nenhuma acuidade visual? Assim sendo, o próximo tópico trata do processo de formação de conceitos por pessoas cegas.

2.3. O processo de formação de conceitos por cegos

Até aqui tenho abordado de forma geral a aprendizagem de conceitos. Uma vez que este estudo busca entender a compreensão de conceitos geométricos por alunos cegos, esse tópico trata da aquisição de conceitos por pessoas cegas. Todavia, à luz da educação brasileira, quem é aluno com deficiência visual?

No Brasil, conforme especialistas do Instituto Benjamin Constant[8] (IBC), que serve de base para a educação de cegos no País, *pessoa cega* é aquela que possui perda total ou resíduo mínimo de visão, necessitando do método Braille como meio de leitura e escrita e/ou outros métodos, recursos didáticos e equipamentos especiais para o processo ensino-aprendizagem. *Pessoa com baixa visão* é aquela que possui resíduos visuais em grau que permitam ler textos impressos à tinta, desde que se empreguem recursos didáticos e equipamentos especiais, excluindo as deficiências facilmente corrigidas pelo uso

---

[8] O IBC foi criado pelo Imperador D. Pedro II através do Decreto Imperial n.º 1.428, de 12 de setembro de 1854, tendo sido inaugurado, solenemente, no dia 17 de setembro do mesmo ano, na presença do Imperador, da Imperatriz e de todo o Ministério, com o nome de Imperial Instituto dos Meninos Cegos. Fonte: www.ibc.gov.br.

adequado de lentes.

Nas escolas especializadas, como o IBC que atende alunos do maternal ao nono ano do Ensino Fundamental, os discentes aprendem a escrita e leitura em Braille. O Sistema Braille é um sistema de leitura e escrita tátil que consta de seis pontos em relevo, dispostos em duas colunas de três pontos. Os seis pontos formam o que convencionou chamar de *"cela Braille"*. Para facilitar a sua identificação, os pontos são numerador da seguinte forma: Do alto para baixo, coluna da esquerda: pontos 1-2-3 Do alto para baixo, coluna da direita: pontos 4-5-6

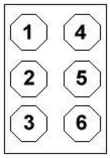
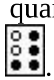


Figura 07 – representação de cela Braille

A diferente disposição desses seis pontos permite a formação de 63 combinações ou símbolos Braille. As dez primeiras letras do alfabeto são formadas pelas diversas combinações possíveis dos quatro pontos superiores (1-2-4-5); as dez letras seguintes são as combinações das dez primeiras letras, acrescidas do ponto 3, e formam a 2ª linha de sinais. A terceira linha é formada pelo acréscimo dos pontos 3 e 6 às combinações da 1ª linha.

Os símbolos da 1ª linha são as dez primeiras letras do alfabeto romano (a-j). Esses mesmos sinais, na mesma ordem, assumem características de valores numéricos 1-0, quando precedidas do sinal do número, formado pelos pontos 3-4-5-6 .

Vinte e seis sinais são utilizados para o alfabeto, dez para os sinais de pontuação de uso internacional, correspondendo aos 10 sinais de 1ª linha, localizados na parte inferior da cela Braille: pontos 2-3-5-6. Os vinte e seis sinais restantes são destinados às necessidades especiais de cada língua (letras acentuadas, por exemplo) e para abreviaturas.

Doze anos após a invenção desse sistema, Louis Braille acrescentou a letra "W" ao 10° sinal da 4ª linha para atender às necessidades da língua inglesa.

ALFABETO BRAILLE

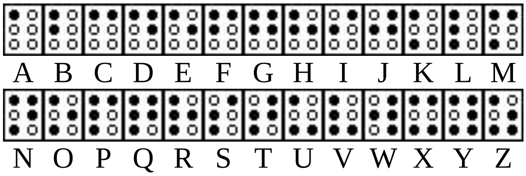


Figura 08 – representação das letras em Braille

O sistema Braille é empregado por extenso, isto é, escrevendo-se a palavra, letra por letra, ou de forma abreviada, adotando-se código especiais de abreviaturas para cada língua ou grupo lingüístico. O Braille por extenso é denominado grau 1, o grau 2 é a forma abreviada, empregada para representar as conjunções, preposições, pronomes, prefixos, sufixos, grupos de letras que são comumente encontradas na palavras de uso corrente. A principal razão de seu emprego é reduzir o volume dos livros em Braille e permitir o maior rendimento na leitura e na escrita. Uma série de abreviaturas mais complexas forma o grau 3, que necessita de um conhecimento profundo da língua, uma boa memória e uma sensibilidade tátil muito desenvolvida por parte do leitor cego.

A importância do Braille nesta tese está no uso da simetria existente entre letras na forma de escrever e ler. Com efeito, em relação à escrita Braille, escreve-se da direita para a esquerda, na seqüência normal de letras ou símbolos. A leitura é feita normalmente da esquerda para a direita. Conhecendo-se a numeração dos pontos, correspondentes a cada símbolo, torna-se fácil tanto a leitura quanto a escrita feita em reglete. Escreve-se o Braille na reglete com o punção os pontos assim usados:

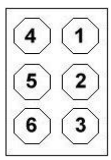


Figura 09 – representação de cela Braille para escrita

Já que, para a apresentação de conceitos por cegos, farei explanação sobre trabalhos de Ochaita e Espinosa (2004), destaco que as atividades pedagógicas que existem em escolas especiais, tanto no Brasil quanto na Espanha, explicam as intervenções educativas:

> "O planejamento das intervenções educativas que devem

> ser feitas com as crianças cegas e deficientes visuais baseia-se em suas necessidades específicas que decorrem, fundamentalmente, da falta ou deterioração do canal visual de coleta de informações. (...) dessa forma poderão (os educadores) adaptar suas ações às peculiaridades de (cada) criança." (OCHAITA e ESPINOZA, 2004, p. 162)

Conforme citação anterior, as ações educativas são feitas em conformidade com as necessidades de cada educando, de acordo com o tipo de deficiência visual e das necessidades do educando. Exemplificando: um aluno cego que necessite de uma locomoção independente terá mais aulas de OM do que outro que tenha interesse maior em aprender a ler e escrever em Braille.

Não obstante, reforçam a participação ativa dos pais ou responsáveis, haja vista que

> "(...) Desde seus primeiros dias de vida, as crianças cegas (...) interagem com os adultos, desde que estes saibam interpretar as vias alternativas de que a criança dispõe para conhecê-los e comunicar-se com eles." (OCHAITA e ESPINOZA, 2004, p. 163).

A referida participação também é mencionada em Brasil (2003). Sem ela, as atividades docentes ficam de certa forma comprometida em relação à uma boa qualidade. Com efeito, discentes que poderiam ter um atendimento estimado em dez meses, às vezes dobram este período, como no caso da OM. O atendimento de OM no corpo da tese é motivado pela relação desta atividade com a Geometria. Assim, como se dá a formação de conceitos por cegos?

Na ausência da visão, o uso do tato e da audição em maior escala que o uso do olfato e do paladar, caracteriza o desenvolvimento e a aprendizagem das crianças cegas (OCHAITA e ESPINOSA, 2004). Ochaita e Espinosa (2004), na Espanha, apresentam o sistema háptico ou tato ativo como o sistema sensorial mais importante para o conhecimento do mundo pela pessoa cega. Para essas autoras, é necessário diferenciar o tato passivo do tato ativo ou sistema háptico. Enquanto no primeiro a informação tátil é recebida de forma não intencional ou passiva, no tato ativo a informação é buscada de forma intencional pelo indivíduo que toca.

Ainda, segundo as autoras, no tato ativo encontram-se envolvidos não somente os receptores da pele e os tecidos subjacentes (como ocorre no tato passivo), mas também a excitação correspondente aos receptores dos músculos e dos tendões, de maneira que o sistema perceptivo háptico capta a informação articulatória, motora e de equilíbrio.

O tato somente explora as superfícies situadas no limite que os braços alcançam, em caráter seqüencial, diferentemente da visão, que é o sentido útil por excelência para perceber objetos e sua posição espacial a grandes distâncias. Entretanto, o tato constitui um sistema sensorial que tem determinadas características e que permite captar diferentes propriedades dos objetos, tais como temperatura, textura, forma e relações espaciais.

Aplicando essas considerações ao exemplo de um gato, uma criança cega não vai ter a noção de gato por ver um gato, mas por integrar dados sensoriais e explicações verbais que lhe permitam identificar e descrever um gato, estabelecer distinções entre gato, cachorro e rato, e, no processo de educação formal, adquirir noções cada vez mais profundas e complexas sobre seres vivos e suas propriedades.

Esta mesma sequência aplica-se na compreensão de figuras geométricas. Observei, ao fornecer figuras em E.V.A., como um trapézio, que os discentes cegos inicialmente procuram um dos vértices. Com um dos dedos indicadores sobre este vértice, desliza o outro dedo indicador para localizar os vértices seguintes até retornar ao vértice inicial. Com base na quantidade de vértices indica o tipo de figura: se é quadrilátero ou triângulo.

Em seguida, analisa os ângulos internos para saber se algum é reto. Sugeri para representar o ângulo reto a letra “v”, em Braille dada

• 0
por • 0 . Ressalta-se que a escrita Braille foi utilizada no corpo desta
• •

tese para trabalhar ideia de simetria e, algumas letras, para representar ângulos ou formas geométricas. É importante destacar que deslizar dedos indicadores para caracterizar figuras é uma prática da leitura Braille. Com efeito, são os dedos indicadores que as pessoas que leem em Braille identificam os pontos característicos das letras.

No tocante ao valor das informações sequenciais, é oportuno lembrar que, na vida, de acordo com Batista (2005), estão presentes muitas modalidades de informação sequencial: a música, o texto longo (romances, dissertações, entre outros), a exibição de um filme ou de uma peça de teatro. Nesses casos, não se considera que haja perdas ou dificuldades para a pessoa cega, pela impossibilidade da captação global e simultânea de todos os elementos que vão sendo apresentados em sequência.

Batista[9] (2005) enfatiza que sejam evitados estudos comparativos entre populações com indivíduos videntes e cegos. Com efeito, se obtém melhor compreensão acompanhando o processo de desenvolvimento de uma criança cega, especialmente de casos em que a aquisição de uma habilidade é bem sucedida, do que buscando tendências médias, pois um único caso bem sucedido já indica que as dificuldades, frequentemente encontradas na aquisição daquela habilidade, não são inerentes à cegueira, conforme Souza e Batista (2008).

Dessa forma é que decidi trabalhar com alunos cegos sem estabelecer comparações entre eles e entre discentes com deficiência visual e estudantes sem deficiência visual (videntes).

Já Lewis (2003) em sua dissertação de mestrado fez estudo com jovens cegas utilizando à percepção auditiva, isto é, a forma como determinado objeto era descrito verbalmente, apresenta revisão de literatura sobre o desenvolvimento de crianças cegas, concluindo que a cegueira não impede o desenvolvimento, mas que este difere, de diversos modos, do apresentado pelas crianças videntes.

Descrevendo objetos, sendo estes figuras matemáticas, Fernandes e Healy (2006) destacam a importância da vivência dos aprendizes cegos diante da apresentação de novos conceitos. Relacionaram a formação de conceitos com a apreensão de conceitos matemáticos por cegos, em particular conceitos geométricos, como simetrias.

Pesquisaram, Fernandes e Healy (2006), a formação do conceito simetria com dois estudantes cegos, fizeram uso dos trabalhos de Vygotsky para nortear sua mediação com os sujeitos de estudo. Apresentavam figuras no geoplano, como triângulos isósceles e quadriláteros, e solicitavam que os estudantes indicassem os eixos de simetria. A figura “04”, indicada anteriormente representa um quadrado em um geoplano. Os eixos de simetria são as diagonais e as

---

[9] Cecília Batista é psicóloga e é professora da Universidade Estadual Paulista, em Campinas, e desde 1993 realiza pesquisas na área da Educação Especial e Reabilitação de pessoas com deficiência visual, com foco no estudo dos processos psicológicos do desenvolvimento humano.

retas que passam pelos pinos, tanto na horizontal quanto na vertical.

As formas de mediação para compreensão dos conceitos de simetria em muito contribuíram para as formas de mediar as atividades via OM O próximo capítulo trata da Orientação e Mobilidade e das características educacionais de discentes cegos.

Capítulo III – As Técnicas de Orientação e Mobilidade e suas Relações com a Geometria

Esse capítulo versa sobre as técnicas de OM e suas relações com a geometria. Didaticamente, a OM possui três grupos de técnicas: de guia - vidente (locomoção com auxílio de uma pessoa que enxergue), de auto-ajuda (correspondendo às técnicas de proteção) e de Hoover (uso de bengala longa), conforme Brasil (2003). Essa divisão é proposta pela União Mundial dos Cegos (UMC). Desta feita, torna-se necessário um breve levantamento sobre o desenvolvimento histórico da Orientação e Mobilidade para observar os possíveis conhecimentos geométricos existentes nas técnicas.

3.1. Breve histórico do desenvolvimento da Orientação e Mobilidade e seu uso atual

Este tópico trata do desenvolvimento da OM. Com efeito, conforme Moura e Castro (1998), ao ser abordada a evolução da OM, esta pode ter iniciado com uso do “cão-guia” na Idade da Pedra, pois na mitologia grega são encontrados sinais de uso primitivo de meios para ajudar a deslocação da pessoa cega. Também oc Antigo Testamento contém referências relativas à OM dos cegos e em particular a Isaac, que deve ter sido o primeiro caso registrado de cegueira que, ao perder a visão, utilizou um cajado de pastor como auxiliar para se deslocar.

Todas as ajudas utilizadas pelos cegos para se deslocarem (bastão, cão-guia), não eram fruto de qualquer experiência científica, mas sim do conhecimento comum. No entanto, pode-se dizer que os estudos nesta matéria se iniciaram, em 1749, quando Denis Diderot (DIDEROT, 2007), tenta descrever a percepção dos obstáculos pelos cegos. Continuando a citar o mesmo autor, os cegos também eram capazes de calcular a distância aos obstáculos.

Sauerberger (1996) relata que em 1925, ao ser demonstrada como as ondas de rádio se refletiam, de maneira semelhante às da luz num espelho, significando que quando um raio de energia é interceptado por um obstáculo, alguma parte dessa energia é devolvida à sua origem, o que indica a presença de um obstáculo no caminho do raio de energia, este princípio do radar poderia ser aplicado ao uso de raios de energia para detectar obstáculos que se apresentavam no caminho dos cegos. Moura e Castro (1998) relata diversos experimentos que demonstraram que o estímulo auditivo pode ter relação com esta sensação (da energia devolvida).

Segundo Sauerberger (1996) as experiências implicavam na detectação de obstáculos silenciosos depende da audição. Nas referidas experiências, indivíduos vendados eram colocados a determinada distância de uma parede de pedra. Os pesquisadores pediam que os sujeitos caminhassem e parassem junto da parede logo que esta fosse detectada. Alguns indivíduos eram cegos de nascença e outros videntes. Verificou-se que os cegos tinham maior facilidade na detecção ao passo que os outros colidiram várias vezes com a parede. Estas dificuldades foram desaparecendo com o treino.

Uma hipótese que era colocada era de que a audição ajudava na detecção, uma vez que o chão era de madeira e os indivíduos estavam calçados. Para controlar esta hipótese realizaram a experiência descalços e em soalho com tapete. As dificuldades aumentaram para os dois grupos, reforçando a ideia de que a audição interfere na detecção de obstáculos silenciosos.

Uma segunda experiência realizada, conforme indica Moura e Castro (1998), consistiu em colocar um indivíduo cego em um aposento sem sonorização. O observador com microfone de alta fidelidade caminhava calçado num soalho duro. O cego avisava o experimentador quando devia parar. Verificou-se que as informações eram corretas. Para reforçar a ideia de que a detecção de objetos silenciosos é devido à audição, Moura e Castro (1998) indica estudos realizados com surdo-cegos que verificaram que os mesmos são incapazes de detectar objetos.

O cão-guia é um outro meio de ajuda para locomoção da pessoa cega. Os cães que serviram de mensageiros durante a 1ª Guerra Mundial viriam a ser treinados como guias para cegos. O cão tornou-se um grande auxiliar para a locomoção das pessoas cegas. Em 1923 foi criada, em Postdam, uma organização de cães-guias para cegos civis. Em 1930 é fundada a primeira escola de treinamento em Wallassey, Cheshire. Todavia verificou-se que a utilização do cão-guia por parte dos indivíduos mais jovens não era satisfatória, na medida em que o cão não obedecia ao dono devido às constantes brincadeiras que este tinha com ele (MOURA E CASTRO, 1998).

Nos fins da 2ª Guerra Mundial, devido ao número de ex-combatentes dos Estados Unidos ficarem localizados para reabilitação no Hospital Geral de Vallerytorge perto da Filadélfia, foi recrutado pessoal para ajudar aos cegos. No pessoal recrutado havia um jovem, Richard Hoover, que tinha sido professor de matemática e treinador de atletismo numa escola de cegos. De acordo com Moura e Castro (1998), Hoover[10] pela observação dos seus alunos e de experiências pessoais com os olhos vendados, chegou à conclusão de que o bastão usado não estava adequado.

O método de treino e o estudo das técnicas da bengala só mais tarde foram apuradas, no Hines Veteran’s Hospital em Chicago, Illinois, durante os anos 50 do século XX, de acordo com Sauerberger (1996). Assim foi fabricado um bastão de metal tubular comprido e ligeiro. Foi chamado o bastão de Valleyforge, peça central da técnica de Hoover para a aprendizagem da Orientação e Mobilidade.

Em 1960, foi inaugurado o primeiro curso para formar instrutores de Orientação e Mobilidade, em Boston College, com o nome de Peripatologia. Em 1961 abre o mestrado em OM na Western Michigan University (MOURA E CASTRO, 1998). Outras universidades deram continuidade ao processo de formação, incluindo programas para crianças cegas, uma vez que os primeiros cursos estavam mais vocacionados para jovens e adultos. Assim sendo, como é definida a OM atualmente?

“Orientação”: é o processo de utilizar os sentidos remanescentes para estabelecer a própria posição e o relacionamento com outros objetos significativos no meio ambiente (BRASIL, 2003). Essa habilidade de compreender o ambiente é conquistada pelos deficientes visuais desde seu nascimento e vai evoluindo no decorrer de sua vida. Por isso há necessidade de nova orientação, por parte da criança, toda vez que houver mudanças no espaço. Tal orientação pode durar instante ou até semanas, dependendo da complexidade da situação.

As crianças cegas, durante o processo de orientação, podem sentir dificuldades espaciais com relação aos quatro tipos de orientações a partir da consciência de sua localização. Os quatro tipos de orientações são: (1) pontos fixos, quando está parado; (2) pontos

---

[10] Anos depois se formou em medicina, na área de oftalmologia.

fixos, quando está em movimento; (3) pontos em movimento, quando está parado; (4) pontos em movimento, quando está em movimento.

Ao ensinar um aluno deficiente visual, o processo de orientação tem como princípio três questões básicas: (1) Onde estou? (2) Para onde quero ir? (Onde está o meu objetivo?) e (3) Como vou chegar ao local desejado?

Mas, para o aluno elaborar essas questões, ele deve passar pelo processo que envolve as seguintes fases (WEISHALN, 1990): (1) *percepção* para captar as informações presentes no meio ambiente pelos canais sensoriais; (2) *análise*, a qual consiste na organização dos dados percebidos em graus variados de confiança, familiaridade, sensações e outros; (3) *seleção* ou escolha dos elementos mais importantes que satisfaçam as necessidades imediatas de orientação; (4) *planejamento ou* plano de ação, cujo foco é chegar ao objetivo do discente, com base nas fases anteriores; Para, então, chegar à: (5) *mobilidade* propriamente dita, que é realizar o plano de ação através da prática.

Todo o processo se dá de forma dinâmica e, caso haja mudanças dos objetivos iniciais, há a possibilidade de alteração. Na orientação existem referenciais que facilitam a mobilidade da pessoa deficiente visual: pontos de referência, pistas, medição, pontos cardeais, auto-familiarização e leitura de rotas, segundo Sauerberger (1996). O autor define a mobilidade como a habilidade de locomover-se com segurança, eficiência e conforto no meio ambiente, através da utilização dos sentidos remanescentes.

As pessoas percebem boa parte da realidade à sua volta por meio da visão, o que não significa que as com deficiência visual estejam impossibilitadas de conhecer e se relacionar com o mundo. Ela deve se utilizar de outras percepções sensoriais, como a audição que envolve as funções de ecolocalização, localização dos sons, escutar seletivamente e sombra sonora; o sistema háptico ou tato ativo; a cinestesia; a memória muscular; o sentido vestibular ou labiríntico; o olfato e o aproveitamento máximo de qualquer grau de visão que possa ter (BRASIL, 2003).

Em relação à audição, o ouvido é o principal órgão sensorial à longa distância. Não existe uma compensação automática da agudeza auditiva causada pela perda da visão, conforme crença popular (BRASIL, 2003). A capacidade de perceber objetos à distância aparece como resultado do esforço persistente das pessoas cegas para usufruírem ao máximo desse sentido.

Recomenda-se, conforme Brasil (2003), estimular as crianças cegas a permanecerem alertas aos sons, interpretá-los e convertê-los em pistas para orientação no espaço. Com efeito, pelos sons a criança deficiente visual conhece as qualidades acústicas de sua casa, reconhecendo cada ambiente pelas características de seus respectivos sons. Desde muito pequena deve ser estimulada a tomar consciência de qualquer som que possibilite sua orientação. O som de abrir ou fechar uma porta pode revelar a posição da criança, os sons vindos das janelas favorecem a relação do ambiente interno com o externo da casa e suas relações de espaço e distância.

Em relação ao ambiente escolar, o professor deve falar sobre os diferentes sons e ajudar a criança a descobrir outros que possam ser utilizados como indicadores de orientação (OCHAITA e ESPINOSA, 2004). Qualquer som tem o potencial de se converter em um auxiliar para a orientação. Ochaita e Espinosa (2004) insistem para que os professores estimulem os alunos deficientes visuais a converterem o seu "ouvir" em um "escutar" ativo para a orientação e mobilidade. Por exemplo, na escola a direção de um corredor pode ser facilmente determinada pelo passo de outras pessoas. Os corredores que se cruzam podem ser detectados pelos passos e ecolocalização. Num ambiente há várias indicações ou pistas auditivas: uma torneira aberta, troca de som dos passos devido a mudança de piso da superfície, sons característicos da cozinha, refeitório, secretaria, barulho de um ventilador e outros.

Ecolocalização indica a habilidade de transmitir um som e perceber as qualidades do eco refletido, foi identificado nos morcegos e posteriormente nos golfinhos, utilizam extremamente bem esta habilidade ao navegar pelos oceanos, conforme Moura e Castro (1998).

As pessoas com deficiência visual fazem uso da ecolocalização em diferentes graus e ela é também conhecida como visão facial, percepção de obstáculo e "sexto sentido". As crianças são menos inibidas para emitir um som e perceber a sua reflexão, porém, os adultos são mais sutis nessa realização. Muitas crianças empregam a ecolocalização em um recinto fechado para ter noção de seu tamanho ou para perceber a extensão de um corredor ou tentar descobrir mais informações sobre o ambiente em que se encontra (BRASIL, 2003).

Algumas crianças cegas arrastam os pés "varrendo" o chão a cada passo, com esta forma de andar criam a ressonância auditiva, utilizando-a como meio para orientar-se no ambiente. O som pode ser emitido de diferentes formas: bater palmas, estalar a língua, fazer castanholas com os dedos, ou dar um passo mais "forte" no solo.

Em relação à localização do som, são localizados pelo intervalo de tempo e intensidade. Se a fonte sonora estiver à direita, as ondas sonoras alcançarão o ouvido direito numa fração de segundo antes que o ouvido esquerdo. Os sons que vêm da frente ou de trás são mais difíceis de serem localizados e é comum a pessoa virar a cabeça para melhor determinar sua origem.

A localização do som depende da fonte sonora ter uma duração suficiente que permita ao indivíduo medi-la auditivamente, encontrar a direção de maior intensidade e determinar a pista para um caminhar mais seguro. A localização do som possibilita à criança deficiente visual perceber se os passos vêm em sua direção, ou em direção contrária, "olhar" o rosto da pessoa com quem está falando e também determinar a sua altura.

Quando o indivíduo tem dificuldade para se orientar em casa, o rádio ligado serve como fonte sonora constante que permite localizar as dependências da casa e mantê-lo orientado através da relação que estabelece com a fonte sonora, assim como os ruídos característicos existentes nos respectivos ambientes: cozinha, banheiro, lavanderia, quintal e outros. A pessoa cega mantém a sua linha de direção e por vezes atravessa as ruas de mão única localizando o som paralelo dos carros, identificando quando o som do trânsito está à sua frente, o que indica um cruzamento de ruas. Assim sendo, escuta seletivamente (BRASIL, 2003).

Escutar seletivamente é a capacidade de selecionar um som entre um grupo de muitos outros simultâneos. Possibilita à pessoa cega extrair uma pista de orientação auditiva entre muitos sons. Existem muitas oportunidades para sua aplicação, é a forma mais precisa para cruzar ruas, sempre que possível, onde entre muitos sons é selecionado o som do trânsito. Outra aplicação importante é quando, mantendo uma conversação, ocasionalmente percebe os passos de outras pessoas andando ao longo da calçada. O desenvolvimento dessa habilidade exige do sujeito atenção e discriminação para que possa selecionar precisamente a fonte sonora para melhor se orientar em ambientes conhecidos ou não, por isso deve sempre ser informada sobre os sons do ambiente.

Em relação ao conhecer dado objeto, isto se faz via tato. A percepção sensorial mais importante que a pessoa cega possui para conhecer o mundo é o háptico, também chamado de tato ativo. No tato passivo, a informação tátil é recebida de forma não intencional, como a sensação que a roupa causa na pele produzindo calor, a mão que repousa sobre a mesa, o resvalo na parede e outros. No tato ativo, a informação é buscada de forma intencional pelo indivíduo que toca o objeto e procura identificá-lo, destaca Ochaita e Espinosa (2004).

As pessoas cegas obtêm muitas informações para sua orientação pelas mãos tocando os objetos e os transformando em pontos de referência. A bengala longa, nas técnicas de Hoover, se transforma em extensão do dedo indicador para sondar tatilmente a superfície. Os pés percebem pontos de referência quando pisam diferentes tipos de texturas, como a grama, pedregulhos, lajotas, areia, asfalto e outros (BRASIL, 2003).

Ochaita e Espinosa (2004) consideram de grande importância a percepção tátil, porque possibilita o contato e o conhecimento dos objetos, sendo o canal imprescindível para a leitura. Entretanto, para a orientação e mobilidade, a audição é um dos sentidos mais importantes, porque possibilita estabelecer as relações espaciais.

Os receptores térmicos na pele fornecem indicações de orientação, pela indicação dos pontos cardeais. Pela manhã, o sol (calor) incidindo na face ou parte anterior do corpo, indica à pessoa cega que está se dirigindo para o leste; na parte de trás da cabeça e nas costas, para o oeste. Desta forma, o uso do sol como referência possibilita rápida verificação de uma possível troca de direção e a correção imediata da mesma.

GARCIA (2001) enfatiza que os professores precisam estimular seus alunos cegos para que utilizem essas indicações e se mantenham orientados na escola, durante o recreio para preservarem sua independência na mobilidade. A percepção do calor e frio fornecida por lugares ensolarados ou não pode ajudar a criança cega a identificar sombras de árvores e do prédio escolar, perceber sua aproximação do objetivo que deseja atingir, fornecendo pistas seguras e confiáveis. O movimento do ar sobre os pêlos do corpo pode ser de grande ajuda para, o aluno detectar um ventilador silencioso, portas e janelas abertas, o final de um corredor ou a saída do ambiente sem ser desejado. Como o uso do tato implica em movimento muscular, torna-se necessário perceber cada movimento realizado.

Assim sendo, define-se a cinestesia como a sensibilidade para perceber os movimentos musculares ou das articulações.

Segundo Brasil (2003), esta percepção nos torna conscientes da posição e do movimento do corpo, por exemplo, quando se eleva o braço até a altura dos ombros, o sentido cinestésico nos informa a posição exata do braço e qualquer movimento executado.

É através desse sentido que as pessoas deficientes visuais podem detectar as inclinações ou os desníveis das superfícies sobre as quais caminham, quando o ângulo do pé ou da parte interior da perna trocam sua posição normal, face a modificação do solo. As pessoas deficientes visuais percebem os aclives e os declives com muito mais sensibilidade que as pessoas que enxergam, devido a sua importância para a orientação.

Através da repetição de atividades é formada a memória muscular, uma das funções do sentido cinestésico. Com efeito, é a repetição de movimentos em uma sequência fixa, que se convertem em movimentos automáticos. Para os cegos esse fenômeno é valioso para trajetos curtos em ambientes internos. Por meio dele a pessoa pode realizar um caminho e retornar ao ponto de partida sem a necessidade de contar os passos (BRASIL, 2003).

Essa habilidade não é muito percebida pelas pessoas que enxergam uma vez que utilizam a visão como principal referência para realizar esse controle. Esta habilidade deve ser estimulada no aluno cego possibilitando a vivência dos movimentos que contribuirão para a sua independência, desde que o sentido vestibular não esteja comprometido, como ocorre em alguns casos de deficiência múltipla (BATISTA, 2005).

O sentido vestibular provê informações sobre a posição vertical do corpo e dos componentes rotatórios e lineares dos movimentos sobre o eixo de uma volta em graus, por exemplo, ao dobrar uma esquina 90 graus. Os movimentos para a direita ou para a esquerda exercem grande influência no equilíbrio e a pessoa deficiente visual precisa vivenciar situações desse tipo para não se desorientar ou desequilibrar-se (BRASIL, 2003). Em relação à orientação, é de grande valia o uso de referenciais na OM. Em alguns casos, o cheiro do ambiente serve para a localização de objetos, como paredes, que permitem ao aluno se posicionar na vertical.

Desta feita, o olfato é um sentido de longo alcance e pode fornecer pistas para a orientação e localização de ambientes, como cozinha, sanitários, consultório dentário, laboratório, jardins e outros. O olfato é uma grande referência para a localização na rua, por meio de odores característicos de certos estabelecimentos comerciais, como farmácia, açougue, posto de gasolina e outros.

Esse sentido deve ser bastante estimulado nas pessoas deficientes visuais porque, além de ser um grande auxiliar para sua orientação e mobilidade, contribui, também, para a proteção e cuidados pessoais na discriminação de produtos de diferentes naturezas, como alimentação, higiene pessoal, limpeza, medicamentos e outros. A pessoa cega terá poucas oportunidades de explorar o ambiente se ficar deslocando-se somente por caminhos e espaços conhecidos, com auxílio de guias (BRASIL, 2003). Ela apreende o mundo pela interação direta com ele, daí a importância da alteração de caminhos e exploração de pistas olfativas (GARCIA, 2001). Assim sendo, o uso de plantas táteis é de grande importância, pois permite uma abstração da interação com o mundo.

A planta tátil pode ser confeccionada no alumínio, marcado por carretilha de costura, ou em cartolina, utilizando sucatas, materiais de diferentes texturas, cola plástica, fios colados e outros materiais que dêem relevo. Nessa planta é importante marcar o ponto de referência (onde está localizado o discente!). Quando a pessoa está nas primeiras séries é importante que, além de utilizar tais materiais, deve-se fazer com que ela trace o caminho para sua exploração e pedir que reconstrua o espaço. Dessa forma, irá transferir as relações espaciais simples da sala de aula para uma maquete construída progressivamente, à medida que for descobrindo novos ambientes. Nessa atividade pode-se avaliar o grau de compreensão do sujeito.

É de extrema importância que o aluno vivencie o espaço para compreendê-lo: caso a sala de aula seja quadrada, a base da maquete deve ter a mesma forma. No caso da sala de aula, o ponto mais importante é a porta, depois a mesa do professor, a carteira do aluno deficiente visual, as demais carteiras e as janelas (BRANDÃO, 2006). Enquanto as pessoas videntes formam e comprovam muitos conceitos informalmente, as pessoas com deficiência visual necessitam de uma apresentação estruturada dos mesmos para assegurar um desenvolvimento adequado dos fundamentos a eles relacionados (BRASIL, 2003).

Conceitos básicos relacionados à Orientação e Mobilidade são necessários para a pessoa com deficiência visual movimentar-se com segurança e eficiência. O conhecimento corporal, por exemplo, é fundamental, devendo-se dar especial atenção a: (1) esquema corporal,

(2) conceito corporal, (3) imagem corporal, (4) planos do corpo e suas partes, (5) lateralidade e direcionalidade.

Esses conceitos devem ser enriquecidos com outros da mesma importância, como: posição e relação com o espaço, forma, medidas e ações, ambiente, topografia, textura e temperatura. De acordo com GARCIA (2001) é necessário ressaltar que a criança cega tem poucas oportunidades de explorar seu corpo e o ambiente que a rodeia. Sua passividade e falta de curiosidade podem ser atribuídas ao medo de se mexer e à falta de motivação para explorar o espaço em que vive.

Essa insegurança é proveniente da falta de estímulo e faz com que a criança com deficiência visual apresente um processo de desenvolvimento mais lento. Assim, os programas de atendimento devem ser individualizados e terem como referência o estudo de caso, no qual sejam adequadamente investigados os aspectos bio-psico-sociais, condições sensório-motoras e história de vida. A partir desses dados devem ser oferecidas atividades variadas para propiciar o desenvolvimento das habilidades para perceber e discriminar similaridades no processo perceptual que são fundamentais para a formação de conceitos (BRASIL, 2003).

Formar conceitos de espaço e objetos no espaço depende em grande parte do relacionamento do observador com o objeto. O indivíduo percebe objetos a partir de um ponto de vista egocêntrico, usando os termos acima, abaixo, em frente, lado esquerdo, direito o que depende do desenvolvimento da consciência corporal. Esta, envolve a imagem corporal, o conceito e a concepção corporal - elementos essenciais e independentes para a percepção das relações espaciais.

A i*magem corporal* está relacionada com a experiência subjetiva do próprio corpo que envolve sentimentos acerca de si mesmo: atraente, baixo, obeso, musculoso, proporcional, gracioso, etc, com base em fatores emocionais, interações e aspirações sociais e valores culturais. A auto-imagem pode diferir consideravelmente da imagem real. O adolescente pode ter apenas uma pequena mancha, mas achar que todo o seu rosto está coberto com espinhas que todos percebem.

Conceito corporal compreende o conhecimento do próprio corpo, adquirido por um processo de aprendizagem consciente, que inclui a habilidade de identificar partes do corpo: pernas, braços, joelhos, nariz, orelhas, cabelo, etc, sua localização e funções. E a *concepção do corpo*, que é inconsciente e muda constantemente, também chamadas sensações proprioceptivas, serve para tomar conhecimento do corpo: posição dos músculos, relação das partes do corpo entre si e com a força de gravidade. O equilíbrio da pessoa depende da concepção corporal. Se estiver perturbada, haverá dificuldade em fazer movimentos coordenados como andar, sentar-se ou inclinar-se.

Para a formação de conceitos corporais é importante conhecer as partes, funções, superfícies, relação de partes e de movimento do corpo. A pessoa deficiente visual deve identificar as partes do corpo e descrever suas funções: ouvidos para ouvir sons; fala para dizer coisas; mãos para agarrar, segurar e manipular; pernas para sustentar o corpo em pé e auxiliar para caminhar, correr, etc; dentes para morder e mastigar alimentos; nariz para respirar e sentir odores. É preciso movimentar e vivenciar as partes do corpo ou superfícies do corpo pelas articulações: dobrar o braço no cotovelo, erguer os dedos do pé, curvar o corpo lentamente para frente, andar para trás, colocar as mãos nos quadris (BRASIL, 2003).

Conforme Garcia (2001), à medida que a pessoa desenvolve o conhecimento do próprio corpo vai formando conceito corporal mais exato de suas posições e relações. Para um sujeito com deficiência visual é particularmente importante que ele saiba relacionar o seu corpo com o espaço que o rodeia. Por conseguinte, a construção do espaço necessita de preparação e se realiza pela liberação progressiva dos egocentrismos. Na construção dos conceitos espaciais é necessário levar em consideração: (1) o espaço corporal; (2) o espaço de ação; (3) espaço dos objetos; (4) espaço geométrico e (5) espaço abstrato.

Segundo essa autora, espaço corporal consiste na consciência das posições, direções e distâncias em relação a seu corpo. Utilizando o seu próprio corpo como referência, a criança localiza objetos a partir de relações entre eles (corpo-objeto) e coordenação de diferentes pontos de vista. Posteriormente passa do egocentrismo para a descentralização.

Espaço de ação é a orientação para a execução de movimentos. Para a criança, o espaço é essencialmente um espaço de ação; ela constrói suas primeiras noções espaciais, usando os conceitos tais como: próximo, dentro, fora, em cima, embaixo, por meio dos sentidos e seus deslocamentos como rolar, rastejar, engatinhar e andar (GARCIA, 2001). O espaço é o espaço vivido, prático, organizado e equilibrado quanto à ação e comportamento.

Espaço dos objetos consiste na posição dos objetos quanto à direção e distância, a partir do espaço corporal perceptivo. As relações espaciais possibilitam a construção de representações espaciais, topológicas, projetivas e euclidianas (BRASIL, 2003). Pelas relações topológicas, localiza objetos no espaço, utilizando termos como vizinho de, ao lado de, dentro de, fora de e outros. Em relação ao espaço geométrico, a orientação se faz a partir das experiências concretas, utilizando os conceitos geométricos para elaboração de mapas mentais, a partir de algum sistema de coordenação ou direção, aplicável em diferentes áreas.

Segundo Garcia (2001) a criança evolui da orientação corporal para a geométrica, estabelecendo as direções norte, sul, leste e oeste, em um espaço tridimensional ou numa superfície plana (planta da casa ou mapa). O espaço perceptivo se constrói em contato com o objeto e o representativo, na sua ausência. Essa construção requer concepções geométricas dos elementos da figura (linha, ângulos), que não são elaborados por crianças menores de oito anos (BATISTA, 2005).

Espaço abstrato é a capacidade de manejo dos conceitos para elaboração de rotas, traçados de plantas, mapas e outros (GARCIA, 2001). A pessoa com deficiência visual tem dificuldade de construir os conceitos espaciais, o que interfere diretamente na orientação e mobilidade. Geralmente ela tem dificuldade de sair de si mesma e compreender o mundo que a rodeia (BATISTA, 2005). Os conceitos espaciais são excelentes auxiliares na orientação e mobilidade. O professor mediador deve levar o aluno cego a realizar atividades que facilitem sua compreensão e interiorização (BRASIL, 2003). Feitas essas considerações, as técnicas de OM atualmente empregadas são apresentadas a seguir.

3.2. Técnicas formais aplicadas em Orientação e Mobilidade

Neste sub–tópico é apresentada uma relação entre a Geometria e as técnicas de Orientação e Mobilidade. A análise dos conteúdos geométricos foi observada em conjunto com professores do Departamento de Matemática da UFC e da E.E.F. Instituto dos Cegos. Outros conteúdos matemáticos, como trigonometria, são apresentados no artigo “A Matemática por trás da Orientação e Mobilidade”, conforme Brandão (2009b).

Fica convencionado nesta tese que a técnica será denotada por Tc. Assim, por exemplo, Tc1 significa a técnica número um, a técnica do guia vidente. Tc1.2, por conseguinte, representa o segundo tópico da técnica número um, neste caso, é a troca de lados. Vale ressaltar que para a instrução de uma técnica, o professor verbaliza o objetivo e os procedimentos correspondentes. Quando for o caso (como na Tc1.1), o docente pode tocar nas partes do corpo do discente que serão utilizadas na aula para ilustrar dado procedimento. Destaca-se que toda vez que o docente necessitar tocar no discente, ele deve informá-lo.

Exemplificando: considere a técnica de *troca de lado (tc1.2).* Como *objetivo* tem-se proporcionar ao aluno deficiente visual a mudança de lado de acordo com o seu interesse, preferência, condições de segurança e adequação social quando estiver sendo guiado em ambientes internos ou externos.

Em relação aos *procedimentos* destaca-se que o aluno deve segurar o braço do guia com as duas mãos; soltando uma das mãos o aluno deve escorregá-la horizontalmente nas costas do guia até localizar o braço oposto e após localizar o outro braço o aluno passa automaticamente para o lado oposto.

Conteúdos geométricos associados[11]: estando caminhando com o guia vidente, o discente já está instruído que deve andar de modo ereto, estando seu corpo em posição <u>vertical</u> em relação ao solo. O deslocamento é <u>paralelo</u> à uma parede ou meio-fio de uma calçada. A mão é escorregada <u>horizontalmente</u> pelas costas do guia até localizar o outro braço deste. O ângulo entre o braço – cotovelo – antebraço é de 90º.

A seguir, apresento um resumo geral das técnicas (BRASIL, 2003), com respectivos objetivos e procedimentos, os quais servem, para as tabelas de “A” até “C”. É importante destacar que a apresentação embora pareça cansativa é de grande valia para relacionar conteúdos geométricos com procedimentos.

<u>Técnica do Guia Vidente (Tc1)</u>

É a primeira técnica a ser ensinada e se constitui em um dos meios mais eficientes para familiarizar a pessoa com os espaços

[11] Sendo sequenciais as apresentações das técnicas, o conhecimento prévio adquirido na Tec1.1. é utilizado na Tec1.2.

físicos da escola, principalmente a sala de aula. O professor ao guiar o aluno de um lado a outro na escola deverá pedir-lhe que descreva detalhes encontrados no ambiente: cruzamento de corredores, aberturas de espaços como saguão, portas, texturas dos pisos, inclinações, degraus e outros.

Essas informações servem ao professor como avaliação informal do aluno quanto aos conceitos e as percepções não visuais ou no caso dos alunos com baixa visão o quanto e como está enxergando, o que pode identificar e a que distância. A técnica do guia vidente é empregada universalmente tanto em ambientes internos ou externos, é utilizada tanto no início do aprendizado de orientação e mobilidade como em situações posteriores. Destaca-se a participação ativa do estudante com deficiência visual. Com efeito, o discente também é responsável por sua segurança física, devendo instruir seu guia para que este se constitua numa fonte segura de informação e proteção.

O aluno deficiente visual interpreta corretamente os movimentos corporais e sinais emitidos pelo guia, isto acontece após um período de uso da técnica quando estará apto a captar todas as informações cinestesicamente, dispensando as informações orais. Durante a caminhada o guia vidente descreve, relata e informa pontos de referência que sirvam de interesse, fornece informações complementares e úteis sobre os serviços existentes bem como obstáculos encontrados no percurso.

Uma observação importante é que o deficiente visual em ambiente externo deve caminhar do lado interno da calçada, protegendo-se de obstáculos que, quase sempre, são encontrados na parte externa da calçada, como postes, telefone, caixa de correio, lixeiras e outros. O MEC destaca (BRASIL, 2003) que a finalidade de apresentação das técnicas é oferecer subsídios práticos aos professores de classes inclusivas e pais de alunos deficientes visuais para que possam atuar junto aos mesmos de forma a torná-los mais independentes.

A *utilização do guia vidente* tem como objetivos: Funcionar como uma técnica segura e eficiente de movimentos; Proporcionar ao aluno participação ativa e independente; Permitir que o aluno compense as dificuldades causadas por um mal guia; Possibilitar a interpretação dos movimentos do guia através da percepção cinestésica.

As técnicas podem ser contempladas em Brasil (2003). Faremos apenas um quadro resumo comparando o que se pode explorar matematicamente.

Quadro “1” – técnicas do guia vidente e geometria

Técnica(s)	*Conteúdo geométrico*
Técnica Básica – (Tc1.1)	Reconhecer ângulo de 90º. Paralelismo e perpendicularismo.
Troca De Lado (Tc1.2)	Horizontal e vertical. Paralelismo. Ângulo reto.
Passagem Estreita (Tc1.3)	Paralelismo e perpendicularismo. Diagonal
Curvas (Tc1.4)	Ângulo de 90º. Paralelismo e perpendicularismo
Subir Escadas (Tc1.5) E Descer Escadas (Tc1.6)	Ângulos. Paralelismo e perpendicularismo. Retas inclinadas
Ultrapassagem De Portas (Tc1.7)	Rotação. Paralelismo e perpendicularismo. Diagonal
Localizar Cadeira e Sentar-se (Tc1.8) E Sentar-se À Mesa (Tc1.9)	Paralelismo e perpendicularismo. Semi – círculo.

Fonte: Pesquisa direta

Técnicas de Auto-Ajuda (Tc2)

Estas técnicas possibilitam ao aluno com deficiência visual movimentar-se com independência, eficiência e segurança, em ambientes internos e familiares, em situações onde haja necessidade de utilizar seu corpo e seus movimentos para se orientar e se locomover.

Para o uso dessas técnicas os alunos necessitam de conhecimento de seu corpo, de seus movimentos, da posição das partes do mesmo, e dominar conceitos relacionados a espaço, tempo, lateralidade e outros, envolvendo a interpretação cinestésica e a utilização integrada de todos os sentidos.

As técnicas de auto-ajuda deverão ser incluídas o mais precocemente possível, pois se constituirão nas bases da segurança e confiança na locomoção, tornando-se hábitos indispensáveis que evitarão que o aluno deficiente visual caminhe agitando os braços de forma incontrolada. Sem o uso de pontos de referência confiáveis, por não ter adquirido orientação e domínio do ambiente e conhecimento dos objetos que o rodeiam, estará exposto constantemente a acidentes, gerando uma relação de dependência com seus familiares ou pessoas de seu relacionamento, o que irá bloquear sua independência e levará a uma baixa na sua autoestima.

Quadro "2" – técnicas de auto-ajuda e geometria

Técnica(s)	***Conteúdo geométrico***
Técnica De Proteção Superior (Tc2.1)	Ângulo. Distância entre dois pontos.
Técnica De Proteção Inferior (Tc2.2)	Ângulo. Distância entre dois pontos. Diagonal
Seguir Linhas Guias (Tc2.3)	Ângulo. Distância entre dois pontos. Diagonal. Paralelismo e perpendicularismo.
Enquadramento Ou Alinhamento (Tc2.4)	Ângulo. Distância entre dois pontos. Diagonal. Paralelismo e perpendicularismo.
Tomada De Direção (Tc2.5)	Ângulo. Distância entre dois pontos. Diagonal. Paralelismo e perpendicularismo.
Localização De Objetos - Caídos (Tc2.6)	Paralelismo e perpendicularismo. Semi – círculo.
Familiarização De Ambientes (Tc2.7)	Ângulo. Distância entre dois pontos. Diagonal. Paralelismo e perpendicularismo. Perímetro.

Fonte: Pesquisa direta

Técnicas Com O Uso da Bengala Longa Ou Técnicas de Hoover (Tc3)

Estas técnicas têm como objetivo habilitar a pessoa com deficiência visual para locomover-se com segurança, eficiência e independência em ambientes internos e externos, utilizando a bengala longa.

O primeiro-tenente e médico oftalmologista do Valley Forge Hospital, Dr. Richard Hoover, em 1950, após estudos relacionados a problemática da cegueira e a mecânica da marcha, criou uma bengala mais longa e mais leve que as tradicionais de apoio, para ser utilizada como uma extensão do dedo indicador, para sondar através da percepção tátil-cinestésica o espaço à frente, detectando a natureza e condições do piso, existência de obstáculos, depressões, aclives, declives, localizar pontos de referência e proteger a parte inferior do corpo de colisões.

A bengala criada por Hoover, media aproximadamente, l,42m de comprimento, por l,2cm de diâmetro e pesando 186g, com a extremidade inferior arredondada para facilitar o deslizamento no contato com o solo. Criou e desenvolveu um sistema de exploração tátil e cenestésica por extensão, estruturando um programa de Orientação e Mobilidade em três etapas; utilização do guia vidente, técnicas de autoajuda e técnicas para utilização da bengala longa. Hoje, o comprimento da bengala para a pessoa com deficiência visual é determinado pela estatura, tipo físico, extensão do passo; costuma-se tomar com referência de medida uma linha vertical que vai da extremidade do osso externo (boca do estômago) até o solo.

Essa técnica foi organizada através de uma seqüência progressiva de dificuldades, iniciando-se em ambientes internos e conhecidos, passando para uma fase residencial, de movimento e trânsito tranquilo, evoluindo para áreas comerciais e mais movimentadas. Em se tratando de estudantes, deverá ser iniciada pelos corredores, sala de aula, banheiros, refeitório e parte administrativa passando para o pátio e posteriormente para os arredores onde a escola está inserida.

A bengala longa poderá ser utilizada desde a infância até a idade em que a pessoa tenha condições de se locomover sozinha. O uso da mesma é recomendável também para crianças pequenas dependendo de algumas condições relacionadas à idade, interesse, necessidade, maturidade, responsabilidade e domínio de competências e habilidades que favoreçam o processo evolutivo dos programas de Orientação e Mobilidade.

Feitos os quadros, o próximo tópico trata do desenvolvimento do método GEUmetria = EU + Geometria. O referido método teve como motivação as aulas de Orientação e Mobilidade. Visando maior aproveitamento nas aulas de OM, Brandão (2007) insere técnicas de alongamento e respiração, como uma das primeiras atividades do GEUmetria.

Quadro "3" – técnicas de Hoover e geometria

Técnica(s)	*Conteúdo geométrico*
Técnica Diagonal Da Bengala (Seguir Linhas Guias) – (Tc3.1)	Ângulo. Distância entre dois pontos. Diagonal. Paralelismo e perpendicularismo. Perímetro. Arcos de circunferência
Colocação Da Bengala Longa (Tc3.2)	Ângulo. Diagonal. Paralelismo e perpendicularismo. Arcos de circunferência
Técnica Para Detecção E Exploração De Objetos (Tc3.3)	Ângulo. Distância entre dois pontos. Diagonal. Paralelismo e perpendicularismo. Perímetro. Arcos de circunferência
Técnica Para Localização De Portas Fechadas E Trincos (Tc3.4)	Ângulo. Paralelismo e perpendicularismo. Arcos de circunferência
Técnica Do Toque (Tc3.5)	Ângulo. Arcos de circunferência.
Localização De Aberturas Com A Técnica Do Toque (Tc3.6)	Ângulo. Paralelismo e perpendicularismo. Arcos de circunferência.
Técnica De Descer A Escada Com Bengala (Tc3.7) e Técnica De Subir Escadas Com A Bengala (Tc3.8)	Ângulo. Distância entre dois pontos. Diagonal. Paralelismo e perpendicularismo. Perímetro. Arcos de circunferência
Familiarização De Transporte (Carro, Van)-(Tc3.9)	Formas geométricas. Ângulos. Paralelismo e perpendicularismo. Arcos de circunferência

Fonte: Pesquisa direta

3.3. GEUmetria

Neste tópico apresento as ideias iniciais que motivaram a estruturação do método GEUmetria = EU + Geometria, que foi desenvolvido entre 2002 e 2004 na E.E.F. Instituto dos Cegos de Fortaleza, no Ceará, e procura estimular a compreensão de conhecimentos geométricos utilizando partes do corpo de discentes cegos diante de aulas de Orientação e Mobilidade (BRANDÃO, 2004). Para pessoas com deficiência visual, a OM faz parte do seu contexto social.

Estudos em Nova Guiné (SAXE, 1996) e na Noruega (FHYN, 2007) têm focalizado a associação entre conhecimento de partes do corpo e a compreensão de sistemas e conceitos matemáticos. Saxe (1996) realizou experiência com os Oksapmins, povos indígenas de Papua Nova Guiné, desde o fim dos anos 80 do século passado. Eles usavam como sistema numérico os nomes das partes do corpo.

Saxe observou a instrução escolar em matemática dos Oksapmins em virtude do Governo de Papua Nova Guiné realizar reformas educacionais cujo principal foco era criar fortes laços entre as atividades escolares e ações cotidianas dos alunos fora da vida escolar. A língua indígena que passou a ser utilizada em sala de aula não apresentou, por parte dos docentes, grandes dificuldades. Todavia, o ensino de matemática teve que ser adaptado, em virtude dos Oksapmins utilizarem partes do corpo para indicar um sistema de base 27, diferente do tradicional sistema de base 10.

Para realizar contagens, os Oksapmins iniciam com o polegar em um lado e enumera 27 lugares ao redor da periferia superior do corpo, terminando no dedo mindinho da mão oposta. Para indicar um número específico, aponta para a parte do corpo adequado (por exemplo, o ouvido) e diz o nome da parte do corpo em voz alta. Tradicionalmente, cada número é marcado tanto por uma palavra e um gesto, apontando para a parte do corpo em questão.

Para continuar após a parte do corpo 27 continua até o pulso, antebraço e em cima e em redor do corpo. Não há distinção entre o nome, incluindo gestos e palavras, para a parte do corpo 21 e parte do corpo 29. Desta feita, torna-se necessário compreender o contexto do referencial numérico para qualquer número no sistema de contagem Oksapmins.

Em relação aos estudos realizados na Noruega, Fyhn (2007) faz uso de atividades físicas, como escaladas em montanhas, andar de *skate*, entre outras, para inserir a ideia de ângulo e dos tipos de ângulos mais frequentes encontrados na natureza e no corpo dos próprios discentes. Exemplificando: ao andar de *skate* o equilíbrio do sujeito fica mais estável quando o ângulo compreendido entre a coxa, o joelho e a perna fica em torno de 60º. Em sua tese de pós-doutoramento ela afirma que é preciso experimentar a matemática para reinventá-la. O experimentar associado à repetição para compreensão de conceitos. Nesse sentido, de experimentar associado à repetição, vale ressaltar que a OM é utilizada pela pessoa com deficiência visual continuamente.

Já que a OM faz parte do contexto social das pessoas com deficiência visual, a ideia das convenções matemáticas em um determinado contexto social é reforçada, por Carraher, Carraher e Schliemann (1995). Com efeito, dentre os alunos que não aprendem na aula estão discentes que usam a matemática na vida diária, vendendo em feiras ou calculando e repartindo lucros. Analisam, os referidos autores, a matemática na vida diária entre jovens e trabalhadores que, na maioria das vezes, não aprenderam na escola o suficiente para resolver os problemas que resolvem no cotidiano.

O cotidiano de discentes com deficiência visual, principalmente os cegos, está associado ao uso de bengala longa. Pois, quando estão se locomovendo em determinado ambiente, a bengala serve para indicar a existência de objetos ou buracos à frente do sujeito. Para um manuseio correto, a pessoa deve deixar a bengala no centro do corpo e fazer arcos de circunferência, com 60º para a direita e 60º para a esquerda, a partir do centro do corpo como referencial.

Tanto a compreensão do que é um ângulo 60º quanto o saber o significado de arco de circunferência, são ideias geométricas. Para inserir conceitos da Geometria Plana são necessárias algumas considerações. Axiomas (ou Postulados) são proposições aceitas como verdadeiras sem demonstração e que servem de base para o desenvolvimento de uma teoria.

O que também motivou a relação da geometria com a OM foi a procura de discentes cegos para tirarem dúvidas comigo sobre assuntos de Matemática, principalmente os conteúdos atrelados à geometria (Plana ou Espacial). Desta feita, passei a trabalhar a matemática a partir das aulas de OM. A seguir são apresentados exemplos, sem figuras, extraídos da OM, que são associados aos postulados, conforme ministrava conteúdos.

Em relação aos quatro postulados sobre pontos e retas, conforme indicados por Artmann (1999), Courant e Robbins (2000) e Eves (2002), o primeiro postulado afirma que a reta é infinita. Como exemplo para o discente indicava o fato de uma pessoa estar caminhando em uma rodovia, em linha reta, durante um longo intervalo de tempo. Para vivenciar essa ideia, realizei locomoção na Av. Mister Hull, por cerca de 20 minutos com o discente, sendo que os poucos referenciais que ele tinha eram o meio-fio e o som dos carros.

Por um ponto podem ser traçadas infinitas retas, é o que diz o segundo postulado. Você pode se deslocar para frente ou para trás indefinidamente e em todas as direções, é o típico exemplo para ilustrar a referida ideia. Em relação ao terceiro postulado, este afirma que por dois pontos distintos passa uma única reta. Como ilustração para ser vivenciada pelo discente cego, se em uma rua há uma Escola e uma Igreja, considerando a Escola e a Igreja como pontos, a reta será a mencionada rua.

Um ponto qualquer de uma reta divide-a em duas semi-retas, é o que afirma o quarto postulado. Para que o aluno vivencie esta ideia, considere que em um trecho retilíneo de uma avenida exista uma sorveteria. Desta para a direita (na avenida) temos uma semi-reta, idem desta para esquerda.

Em relação aos postulados sobre o plano e o espaço, o primeiro postulado afirma que por três pontos não-colineares passa um único plano. Para vivenciar com um discente cego este postulado, sugiro observar os vértices (as pontas) de um triângulo que pode ser formado com a bengala dobrável. O segundo postulado indica que o plano é infinito. Como atividade, indico o ato de se locomover sobre o piso de uma sala, a qual está contida o piso da escola, que, por sua vez, está inserida no piso de um bairro, e assim sucessivamente.

O terceiro postulado afirma que por uma reta podem ser traçados infinitos planos. Como ilustração, peço que abra um livro e considere cada página como sendo um plano. A reta seria a parte da capa a qual sustenta as páginas. Em relação ao quarto postulado: toda reta pertencente a um plano divide-o em duas regiões chamadas semiplanos. Como exemplo, peço que o discente dobre uma folha de papel ao meio, o local fincado (a dobradura) é a reta e as duas partes são os semiplanos. E o quinto postulado indica que qualquer plano divide o espaço em duas regiões chamadas semi-espaços. Para vivenciar esta ideia, peço que o discente localize uma porta. Os lados antes e depois da porta são os semi-espaços.

À medida que os postulados são compreendidos pelos discentes, apresento as posições relativas entre retas, que no espaço, duas retas distintas podem ser concorrentes, paralelas ou reversas. São concorrentes, conforme Artmann (1999) e Eves (2002), quando estão no mesmo plano e possuem um ponto em comum. Como ilustração para um sujeito sem acuidade visual, indico que no piso da sala de aula existem várias retas (divisórias entre as cerâmicas, as quais são percebidas pelos discentes cegos quando as tocam com os dedos), por sua vez elas só se cruzam em um único ponto. Caso particular de grande utilidade na OM é quando se tem retas perpendiculares, que são retas concorrentes que formam um ângulo de 90º entre si. Por exemplo: o lado e a base de uma porta.

São paralelas as retas pertencentes ao mesmo plano que não possuem pontos em comum. Exemplificando: atividades de OM quando os discentes estão se locomovendo próximo as linhas férreas (linhas do trem). E duas retas são reversas quando não possuem pontos em comum e não existe plano que as contenha simultaneamente. Exemplo: as extremidades de duas paredes paralelas.

Existindo retas e planos, são três situações possíveis as posições relativas entre esses entes geométricos. A primeira é quando a reta está contida no plano. Isso ocorre quando possui dois pontos distintos no plano. Como vivência com discente cego, os dois pontos seriam as extremidades de uma parede no piso e o piso seria o plano.

A segunda situação é quando a reta é concorrente ou incidente no plano. Significa que uma reta fura um plano em um único ponto. Exemplo: uma árvore ou um poste (reta) em um campo (plano). E a terceira é a reta paralela ao plano. Isto se dá: quando uma reta não possui um ponto em comum com certo plano. Exemplo: uma lâmpada fluorescente no teto (reta) e o piso (plano).

Tem-se o seguinte postulado: se dois planos distintos têm um ponto em comum, então a interseção é dada por uma única reta que passa por esse ponto (ARTMANN, 1999). Exemplificando: o encontro de duas paredes formando canto. E uma reta r será perpendicular a um plano □□se, e somente se, r é perpendicular a todas as retas de□□□□ que passam pelo ponto de interseção de r e □□□□

Exemplificando: ventiladores do tipo “tripé” e os seus “pés”. O ventilador é a reta perpendicular ao piso e seus pés são retas perpendiculares ao ventilador (reta r).

Destaca-se, ainda, posições relativas entre planos. São três as principais situações de posições entre planos: (1) Planos coincidentes ou iguais; (2) Planos concorrentes ou secantes: quando a interseção dos mesmos é uma reta. Exemplo: o canto entre duas paredes e (3) Planos paralelos: planos que não se interceptam. Exemplo: duas paredes opostas (paralelas). Diz-se que dois planos são perpendiculares se, e só se, existe uma reta de um deles que é perpendicular ao outro. As ideias matemáticas são retiradas de

Artmann (1999) e Eves (2002) e os exemplos aqui apresentados são vivenciados por discentes sem acuidade visual.

Uma ideia matemática de muita utilidade para a confecção de triângulos e quadriláteros é a de ângulo. Diz-se que ângulo é a região obtida pela reunião de duas semi-retas de mesma origem, não contidas numa mesma reta (EVES, 2002). Exemplo: A abertura entre o braço e o antebraço. Um importante resultado é o postulado do transporte de ângulos: dados um ângulo e uma semi-reta de um plano existente sobre este plano, e num dos semiplanos que a semi-reta permite determinar, uma única semi-reta que forma com a semi-reta inicialmente dada um ângulo congruente ao ângulo inicialmente descrito.

Todas as ideias até aqui apresentadas têm como foco a construção de maquete com os alunos de OM. Como uma maquete é formada por várias figuras geométricas, a tabela "4" tem as figuras feitas em EVA ou no geoplano, pelos discentes, auxiliados pelo pesquisador, com contorno (perímetro) feito a partir do uso de ligas ou barbantes, de algumas figuras usuais.

Como caracterizar uma figura? Os discentes sabem diferenciar as particularidades de cada uma (pois em teoria, tal conteúdo já foi visto em sala de aula)?

Em atividades de OM conseguem vivenciar tais conhecimentos geométricos? Por exemplo[12], suponha que em determinado bairro um aluno que se encontra na esquina das ruas Santa Luzia e Atenção (Ponto A) queira chegar à esquina das ruas Fé e Esperança (ponto B). Qual o percurso mais curto?

- Seguir pela Rua Atenção e dobrar à direita na Rua Fé e seguir até a Rua Esperança.
- Seguir pela rua Santa Luzia, dobrar à esquerda na rua Esperança e seguir em frente até a rua Fé.

[12] Conforme ruas nas proximidades do domicilio dos discentes, os nomes de fantasia das ruas são substituídos por nomes verdadeiros respectivos.

Figura 10 – esboço de maquete

A resposta certa é tanto faz. Pois o quarteirão em questão é um retângulo e os lados do retângulo envolvido são iguais. Deste modo, é isso que se pretende observar nos discentes: sabem ou não usar em situações vivenciadas conceitos geométricos e explicar o conceito utilizado.

Analisando outras pesquisas que envolvam matemática e deficiência visual, encontrei dois trabalhos fora do Brasil: Argyropoulos (2006) e Fyhn (2007), já mencionado; e seis trabalhos apresentados no Nono Encontro Nacional de Educação Matemática (IX ENEM), realizado em 2007 em Belo Horizonte. Vale destacar que ministrei minicurso neste encontro com o título “Matemática e deficiência visual”.

Argyropoulos (2006) fez uma atividade semelhante à realizada por Brandão (2004) ao observar as aulas de Geometria e de Geografia de uma aluna cega incluída em uma escola regular, em uma comunidade rural nas proximidades de Atenas, na Grécia. Em uma pesquisa ação, Argyropoulos e seu grupo de estudos analisaram a inclusão da referida aluna e intervieram com os docentes dela ao confeccionarem mapas táteis e formas geométricas que facilitassem a compreensão dos conteúdos, partindo da vivência.

O material utilizado nas aulas de Geografia foi feitos em alto-relevo, colando cordões nos limites entre cidades, fitas de diferentes texturas (algodão, poliéster, etc.) para representar localidades. Em um globo terrestre, os Meridianos e as Paralelas também eram em relevo. As medidas da Geometria eram apresentadas a partir das aplicações na Geografia (Cartografia).

Segundo o referido autor, não só a discente cega foi contemplada com a compreensão da Geometria quanto os alunos videntes tiveram uma melhora na compreensão de determinados conceitos outrora apresentados apenas no quadro-negro.

Dentre os trabalhos apresentados no IX ENEM, dois relataram alguma experiência com pessoas com deficiência visual. Todavia, eram experiências dentro das escolas especializadas. Nessas escolas os alunos com deficiência visual possuem atendimentos tanto de OM quanto de reforço de matemática, ou outras disciplinas, com profissionais específicos. Reforçando exposto na introdução desta tese, acumulei as funções de professor de apoio pedagógico, na área de matemática, e de técnico de OM.

Para esta tese, são pertinentes as informações de Pavanello e Franco (2007), docentes do Programa de Pós-graduação em Educação para a Ciência e o Ensino da Matemática – Universidade Estadual de Maringá, os quais destacam que, em relação à educação matemática, a atividade escolar com a geometria é importante pelo fato de ocorrer desenvolvimento de capacidades intelectuais como a percepção espacial, a criatividade e o raciocínio hipotético-dedutivo. Vale ressaltar que na geometria são encontrados um grande número de situações em que o estudante exercita sua criatividade pelo fato das questões geométricas terem diferentes combinações de resolução. Como se dá a percepção espacial os discentes cegos e de que forma fazem uso de raciocínio hipotético-dedutivo? Esses questionamentos servem de base para a estruturação do GEUmetria, a qual será apresentada mais adiante.

A importância dos estudos de Quartieri e Rehfeldt (2007) que investigaram os conceitos em geometria, realizando uma pesquisa entre os anos de 2005 e 2006, no Centro Universitário UNIVATES, Lajeado/RS, é a relação entre o que sabe e o que ensino um docente. Com efeito, na pesquisa foi elaborado e aplicado um instrumento de coleta de dados com vistas a verificar se o professor sabe e conhece os conceitos relacionados à geometria. O mencionado instrumento constou de um questionário por escrito, aplicado à dezoito professores participantes. Segundo eles, os professores tinham dificuldades conceituais e metodológicas em relação a alguns assuntos geométricos. Assim sendo, faz-se mais um questionamento, reforçado em Brandão (2006): se os professores não sabem desenvolver determinado conteúdo, de que forma é possível adaptar mencionado conteúdo para pessoas com deficiência visual? Motiva-se esse questionamento em virtude de nosso projeto de tese querer investigar a utilidade da geometria em conjunto com a álgebra e a aritmética.

O método dos Van Hiele, o qual propomos uma adequação, foi discutido por Santos (2007) no IX ENEM. Segundo a referida autora, o modelo hierárquico o qual obedece a uma seqüência, reforçando a aprendizagem da geometria exclusivamente das partes para o todo, do particular para o geral, sufocando a visão global. Ele, o método Van Hiele, aponta as lacunas de aprendizagem que o aluno tem e assim o professor organiza-se criativamente na sua prática pedagógica para facilitar a aprendizagem do aluno, estabelecendo estratégias metodológicas que favoreçam a resolução de problema e a interdisciplinaridade em uma visão não linear.

Diante da referida visão não linear do método Van Hiele, Barbosa et al (2007) e Vieira e Silva (2007), em estudos de casos separados, a primeira no tocante ao estudo da simetria por pessoas cegas, realizado no Instituto Benjamin Constant desde 2002 (BARBOSA, 2003) com resultados atualizados para o ENEM, em relação ao número de sujeitos observados, e os segundos pela flexibilização do ensino da geometria por pessoas com deficiência visual, realizado na Universidade Federal Pará, propõem atividades a serem executadas pelos docentes. Cabe a mesma pergunta anterior: e se os professores não sabem o conteúdo, como adaptar?

Buske e Murari (2007), do Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática da Universidade Estadual de São Paulo (UNESP), de Rio Claro, propõem para o ensino de geometria o uso de origami modular. O origami distingue-se pela quantia de peças de papel utilizadas em sua confecção. O tradicional utiliza apenas uma peça de papel, e o modular se baseia na construção de módulos ou unidades (quase sempre iguais), formando figuras ao serem encaixados. É no estudo dos poliedros que se tem a principal fonte de inspiração do origami modular.

Tal metodologia em muito se assemelha ao método GEUmetria no tocante ao uso tátil e compreensão geométrica daquilo que se pretende construir: triângulos equiláteros, prisma, entre outros. Destaca-se que todos estes raciocínios e métodos têm como base Os Elementos de Euclides (ARTMANN, 1999), reforçados nos estudos de História da Matemática (EVES, 2002).

Tales de Mileto, precursor de Pitágoras e seus seguidores, esteve no Egito antes de implantar no mundo grego sua percepção matemática. Pitágoras, em sua escola, procurou desenvolver uma matemática não voltada para a realidade de seu tempo, conforme Courant e Robbins (2000).

Todavia, em *Elementos*, como assinalam estes três últimos autores, as construções geométricas eram realizadas com régua, não milimetrada, e compasso. Eram registradas em tábuas de barro as construções feitas.

Em que se assemelham com o método que propomos os estudos atuais? A valorização das potencialidades dos discentes cegos em relação à manipulação e caracterização de objetos bi e tridimensionais.

Em que se distanciam? Não procuram atender simultaneamente às necessidades educacionais de cegos e videntes. Com efeito, usam um linguajar informal (sem ser linguagem formal da matemática).

E qual a desvantagem de uma linguagem informal na matemática? Falta de compreensão de livros ou artigos científicos de caráter nacional ou internacional; Pouco entendimento do enunciado de questões de matemática ou raciocínio lógico em concursos públicos nacionais. Feitas essas explanações, o próximo capítulo trata da metodologia utilizada nesta tese, caracterizando os sujeitos de estudo e a condução da pesquisa.

Capítulo IV: Percurso Metodológico

Neste capítulo discuto a trajetória metodológica de meu estudo, ou seja, o caminho através do qual busco compreender como se dá a aprendizagem de conceitos geométricos por pessoas cegas de nascença a partir de atividades de OM. A seguir, apresento as características do estudo realizado.

4.1. Tipo

Este estudo é considerado exploratório, uma vez que focaliza a aprendizagem de conceitos geométricos por alunos cegos a partir da OM, tema muito pouco abordado tanto na educação matemática quanto na educação especial. Consiste em um estudo de caso com cinco sujeitos.

4.2. Desenho Geral

Esse estudo consiste em uma intervenção educacional realizada em contexto de aulas de OM, cujo diferencial foi a aplicação do método GEUmetria. Cinco alunos cegos congênitos foram solicitados a realizar atividades de OM através das quais eram enfatizados conhecimentos geométricos, tais como as noções de triângulo, quadrilátero e simetria. Eles também foram submetidos a testes (pré-teste, teste-intermediário e pós-teste) usando-se questões que envolviam o conhecimento geométrico associado às técnicas de OM.

O desempenho dos estudantes nos testes foi comparado para observar se houve uma mudança na compreensão geométrica – especialmente quanto aos conceitos de triângulo, quadrilátero e simetria. Análise (clínica) da performance nas atividades de OM foi desenvolvida para verificar a compreensão, pelos alunos, do conhecimento geométrico, ou seja, a eficácia do método GEUmetria.

4.3. Local

A pesquisa de campo foi realizada em dois locais, para cada um dos discentes. O primeiro local é o Centro de Apoio Pedagógico para atendimento á pessoa com deficiência visual (CAP), localizado no Bairro de Antônio Bezerra, cidade de Fortaleza. As atividades aconteciam no CAP sendo concluídas na sala de OM. O segundo local é o domicilio de cada um dos discentes sujeitos de estudo.

4.4. Sujeitos

Os sujeitos de estudo são cinco alunos cegos congênitos, matriculados em escolas regulares de ensino e atendidos pelo CAP em Fortaleza. Todos eles tinham contato comigo em atividades de Orientação e Mobilidade bem como aulas de reforço de matemática. Os nomes fictícios são:

- André, aluno do 7º ano do Ensino Fundamental de uma Escola Pública de Fortaleza, 15 anos.
- Bruno, aluno do 9º ano do Ensino Fundamental de uma Escola Pública de Fortaleza, 16 anos.
- Carlos, aluno do 2º ano do Ensino Médio de uma Escola Pública de Fortaleza, 19 anos.
- Débora, aluna do 2º ano do Ensino Médio de uma Escola Particular de Fortaleza, 18 anos.
- Ester, aluna do 8º ano do Ensino Fundamental de uma Escola Pública de Fortaleza, 16 anos.

As idades dos alunos, entre 15 e 19 anos, têm o ano de 2008 como base. Quanto ao nível escolar, três sujeitos estão entre o 7º e o 9º ano do Ensino Fundamental e dois no 2º ano do Ensino Médio. Relembro que no capítulo referente à aprendizagem de geometria há relação entre conteúdo observado e série escolar, conforme os Parâmetros Curriculares Nacionais.

Os seguintes critérios foram utilizados para a seleção dos sujeitos: cego congênito, estar matriculado no sistema regular de ensino e ser atendido pelo CAP. Com efeito, quero verificar nível de conhecimento formal, em relação aos conceitos de triângulos, quadriláteros e simetria, dos sujeitos.

4.5. Número de encontros, duração e frequência.

O número de encontros foi 20. Foram realizados com cada um dos sujeitos 16 encontros com duração média de 100 minutos, com uma frequência de dois encontros por semana. Nos últimos meses da pesquisa de campo, os quatro encontros tiveram uma frequência de um encontro semanal.

4.6. Instrumentos de avaliação.

Como instrumentos de avaliação têm-se os testes escritos em Braille (pré-teste, teste-intermediário e pós-teste). Todavia, a avaliação por si só não indica o grau de aprendizagem. Com efeito, um dos discentes pode responder coerentemente um determinado questionamento mas não sabe justificar. Por exemplo: todo quadrado é um retângulo? A resposta é sim, pois... (torna-se necessária a justificativa). Gestos como esfregar as mãos ou franzir testa também fazem parte da avaliação.

Outro instrumento complementar de avaliação é a adaptação do nível Van Hiele de ensino de geometria utilizado nas técnicas da OM. Isto é, à medida que são apresentadas técnicas cada discente é observado se consegue resolver de maneira satisfatória em determinada situação-problema. Ele é aplicado efetivamente durante o vigésimo encontro, muito embora tenha sido vivenciado em cada encontro. Exemplificando: como proceder para contornar um carro estacionado em cima de uma calçada?

Os testes foram aplicados com o conhecimento dos discentes de que o pesquisador estava desenvolvendo método de ensino que relacionasse a matemática com a OM. O pesquisador solicitou o máximo de empenho, pois a avaliação era para ele (o pesquisador) melhor compreender atividades a serem desenvolvidas. O valor das questões de cada teste foi determinado em conjunto com docentes e ex-docentes da Escola de Ensino Fundamental Instituto dos Cegos, de Fortaleza.

4.6.1. Pré-Teste:

O pré-teste consiste em seis perguntas apresentadas por escrito em Braille e individualmente. As respostas dos discentes foram apresentadas por escrito também em Braille. As perguntas do pré-teste foram realizadas em conjunto com pistas, é aplicado durante a realização do primeiro encontro nos 30 minutos finais da aula de OM.

O que motivou a confecção do pré-teste no formato o qual é apresentado foi a necessidade de diagnosticar os conhecimentos prévios dos sujeitos. Com efeito, se tenho interesse em saber, por exemplo, como um dos sujeitos conceitua triângulo equilátero, preciso saber qual a compreensão de ângulos bem como qual o entendimento que o sujeito tem sobre medida de um lado. Tive como norte recomendações dos PCNs (BRASIL, 1998).

(1) O que você entende por retas? E o que são retas paralelas? (2pts)
<u>Pista</u>: *relembrar ao sujeito quando ele estava em locomoção em ruas do momento em que foi solicitado a dizer o nome das ruas paralelas e das ruas perpendiculares à rua onde se encontra o estudante.*

(2) O que é um ângulo? Forneça exemplo de um ângulo no seu corpo. (1pt)
<u>Pista</u>: *relembrar a postura inicial para a locomoção independente, a qual consiste principalmente no conjunto das técnicas de Hoover*

(3) Você já ouviu falar sobre simetria? O que é? (2pts)
<u>Pista</u>: *relembrar que a letra "e" é o contrário da letra "i", isto é, como no Braille escreve-se da direita para a esquerda e a leitura é realizada da direita para a esquerda, os pontos (da cela Braille) se invertem.*

(4) Quanto vale cinco ao quadrado? E sete ao quadrado? Você sabe por qual motivo dizemos um número ao quadrado? (1pt)

Pista: peço que o sujeito realize locomoção na sala de OM, onde o pré-teste é realizado, a qual tem quatro metros de frente por quatro metros de fundo, utilizando os dedos da mão deslizando pela parede[13].

(5) O que é um quadrado? (2pts)
Mesma pista anterior.

(6) O que significa dizer que duas figuras são semelhantes? (2pts)
Pista: entrego figuras em E.V.A. bem como de caixas de fósforo ou de creme dental para a confecção de maquete. Com efeito, mesmo formato e diferentes tamanhos.

Respostas esperadas:

(1) O que você entende por retas? E o que são retas paralelas?
Reta é um conceito primitivo, por conseguinte, seu entendimento está muito associado à vivência do sujeito (sem valor quantitativo, apenas qualitativo).
Retas paralelas são retas que não se interceptam.
Valor da questão: 2,0 pontos. Distribuição dos pontos: 00 se resposta não satisfatória; 01 se resposta parcialmente satisfatória e 02 se resposta completamente satisfatória.

(2) O que é um ângulo? Forneça exemplo de um ângulo no seu corpo.
Ângulo é a reunião de duas semi-retas de mesma origem, não contidas em uma mesma reta (não colineares).
Qualquer exemplo, como braço, cotovelo e antebraço.
Valor da questão: 1,0 ponto. Distribuição dos pontos: 00 se resposta não satisfatória; 0,50 se resposta parcialmente satisfatória e 01 se resposta completamente satisfatória.

(3) Você já ouviu falar sobre simetria? O que é?
Em se tratando de sujeitos dos ensinos fundamental e médio, a ideia principal de simetria a ser considerada é a de uma reta que divide uma figura em espelho.
Valor da questão: 2,0 pontos. Distribuição dos pontos: 00 se resposta não satisfatória; 01 se resposta parcialmente satisfatória e 02 se resposta completamente satisfatória.

---

[13] Salas com outras medidas podem ser utilizadas. Caso a sala seja de formato retangular, aquele que quiser replicar esse teste pode colocar uma corda, ou mesas ou cadeiras, para que fique o piso da sala no formato de um quadrado. Com efeito, o discente deve perceber que está dando a mesma quantidade de passos em cada um dos lados (pois é um quadrado!)

(4) Quanto vale cinco ao quadrado? E sete ao quadrado? Você sabe por qual motivo dizemos um número ao quadrado?
Cinco ao quadrado vale 25 e sete ao quadrado vale 49.
O motivo está associado à História da Matemática. Fornecidos pequenos quadrados de lado uma unidade, cinco ao quadrado equivale a formar um quadrado com lado equivalente a cinco quadradinhos. Estender ideia.
Valor da questão: 1,0 ponto. Distribuição dos pontos: 00 se resposta não satisfatória; 0,5 se resposta parcialmente satisfatória e 01 se resposta completamente satisfatória.

(5) O que é um quadrado?
Quadrilátero plano que possui os quatro ângulos internos congruentes e os quatro lados congruentes (caso os alunos usem o termo "iguais" em vez de "congruentes" considerar satisfatório).
Valor da questão: 2,0 pontos. Distribuição dos pontos: 00 se resposta não satisfatória; 01 se resposta parcialmente satisfatória e 02 se resposta completamente satisfatória.

(6) O que significa dizer que duas figuras são semelhantes?
Duas figuras são semelhantes se, e somente se, possuem os ângulos ordenadamente congruentes e os lados homólogos proporcionais.
Valor da questão: 2,0 pontos. Distribuição dos pontos: 00 se resposta não satisfatória; 01 se resposta parcialmente satisfatória e 02 se resposta completamente satisfatória.

As informações colhidas servem para novos testes a serem realizados no décimo segundo e no décimo quarto encontros (o teste-intermediário, dividido em duas partes por causa do tempo). O teste-intermediário visa saber em que nível de aprendizagem, conforme Van Hiele, se encontra cada um dos sujeitos. É adaptado das minhas referências bibliográficas que tratam do modelo Van Hiele, a saber: Van Hiele (1986), Crowley (1999) e Nasser e Tinoco (2006).

4.6.2. Teste-intermediário:

Sua confecção foi motivada conforme referências descritas anteriormente. O valor de cada questão também foi definido em conjunto com docentes e ex-docentes da Escola de Ensino Fundamental Instituto dos Cegos.

1ª. Parte →

1) Forneço um tangram e solicito que o aluno identifique cada uma das peças.
2) Peço que o discente forneça duas propriedades de: (a) um quadrado; (b) um paralelogramo.
3) Dentro de uma sala de aula, solicito que o estudante descreva alguns dos objetos da sala (formas geométricas correspondentes).
   a) O que você entende por ângulo (não precisa dar definição formal, só o que ele(a) compreende). Dê dois exemplos usando partes do seu corpo.
   b) (Estando o aluno dentro da sala e de costas para a entrada) Virar a esquerda significa que seus pés formam um ângulo de quantos graus? Por quê?
   c) Considerando o ponto cardeal "Norte" à frente do aluno, explicar para onde fica o "Sul", o "Leste" e o "Oeste". Pedir que o discente aponte para cada um dos pontos. Em seguida, solicito que ele(a) caminhe usando a direção dos pontos cardeais, descrevendo os ângulos formados.
   d) O que você entende por retas paralelas e retas perpendiculares? Andar paralelamente e depois perpendicularmente à uma dada parede.

2ª. Parte →

Forneço as seguintes figuras em EVA:

(A) Um retângulo de 4cm x 6cm,
(B) Um quadrado de 4cm x 4cm,
(C) Um losango de 4cm x 4cm,
(D) Um retângulo de 2cm x 6cm,
(E) Um paralelogramo com ângulos internos de 120º e 60º e um dos lados iguais a 4cm,
(F) e (H) Dois triângulos retângulos de lados 3cm, 4cm e 5cm e
(G) Um triângulo retângulo de lados 6cm, 8cm e 10cm.

Faço as seguintes perguntas (escritas em Braille):

1) Quais figuras podem ser consideradas retângulos? (0,5pt)
2) Considere que os quatro ângulos de um quadrilátero ABCD são todos iguais. Pode-se afirmar que ABCD é um quadrado? Por quê? (0,5pt)
3) Todo retângulo é um paralelogramo? Por quê? (1,0pt)
4) Que figuras podem ser formadas juntando os dois triângulos

(F) e (H)? (1,0pt)
5) Os triângulos (F) e (G) são retângulos? Justifique. (1,0pt)
6) O que você entende por eixo de simetria (no sentido geométrico)? (2,0pts)
7) Encontre, se possível, eixo de simetria de cada uma das seguintes figuras: (A), (C) e (G). Se houver mais de um, fornecer. (2,0pts)
8) O que são triângulos semelhantes? São semelhantes os triângulos (F) e (G)? Justifique. (2,0pts)

Respostas esperadas (1ª. Parte)

1ª. Questão:

O tangram possui sete peças: cinco triângulos retângulos, um paralelogramo e um quadrado (que é um tipo de paralelogramo).

2ª. Questão:

(a) Quatro lados congruentes; ângulos internos congruentes; diagonais congruentes.

(b) Lados opostos paralelos e congruentes; ângulos opostos congruentes; as diagonais interceptam-se nos respectivos pontos médios.

3ª. Questão:

a). *Ângulo é a reunião de duas semi-retas de mesma origem, não contidas em uma mesma reta (não colineares). Verificar se exemplos são satisfatórios.*

b). 90º. Porque é ângulo de quarto de volta.

c). Questão em aberto. Satisfaz atividades.

d). Retas paralelas são retas que não se interceptam. Retas perpendiculares são retas que formam ângulo de 90º.

Não é dado valor para nenhuma das questões. O foco do teste é qualitativo, isto é, visa observar se há dificuldades básicas tanto na geometria plana, no que concerne aos conhecimentos de triângulos retângulos, quadrados e retângulos, quanto nas orientações iniciais da OM.

<u>*Em relação ao TESTE INTERMEDIÁRIO – 2ª. PARTE*</u>

Respostas possíveis:

1) A, B e D. *Valor máximo da questão: 0,5.*
2) Não. Ele pode ser um retângulo. *Valor máximo da questão: 0,5.*
3) Sim. O paralelogramo tem lados opostos paralelos e o

retângulo, além de tal característica, acrescentasse o fato de ter os 04 ângulos internos iguais a 90º. *Valor máximo da questão: 0,5.*

4) Usando as hipotenusas (lados de 5cm), pode ser feito um retângulo. Usando os lados de 3 ou 4, formam-se paralelogramos ou triângulos (triângulos retângulos, mais precisamente). Forma-se uma figura de cinco lados, desconhecida, se lados distintos forem juntados. *Valor máximo da questão: 1,0.*
5) Lembrar que o examinador fornece os triângulos, mas não informa que os mesmos são retângulos... Assim, verifica-se que são retângulos ao fazer $5^2 = 3^2 + 4^2$ (uso do teorema de Pitágoras) ou identificando o ângulo reto. *Valor máximo da questão: 1,5.*
6) Eixo de simetria = reta que divide em duas partes iguais uma figura, como espelho[14]. *Valor máximo da questão: 2,0*
7). (A) Cada uma das retas que passa pelos pontos médios. (C) Cada uma das diagonais. E cada uma das retas que passa pelos pontos médios. (G) Não possui. *Valor máximo da questão: 2,0*

8). São triângulos que possuem os ângulos respectivamente congruentes e as medidas dos lados correspondentes proporcionais. Sim. *Valor máximo da questão: 2,0*

7.6.3. Pós-teste

O pós-teste foi imaginado relacionando o modelo Van Hiele com os conteúdos geométricos associados com a Orientação e Mobilidade. Foi aplicado no vigésimo encontro[15]. O teste aplicado no

---

[14] O simples fato de argumentar que divide uma figura ao meio fica incompleta a justificativa. Com efeito, contra-exemplos foram construídos com os discentes quando manipulavam peças do tangram, como é o caso dos dois triângulos pequenos formarem tanto um quadrado quanto um paralelogramo. No primeiro caso, tem simetria (a hipotenusa). O que não ocorre no segundo exemplo.

[15] E aplicado novamente nos sujeitos Bruno e André em junho de 2010. O motivo de uma nova aplicação mais de um ano após ser utilizado o método é averiguar se o nível Van Hiele obtido em 2008 ainda é o mesmo. Os outros sujeitos de estudo não foram observados por ocasião de indisponibilidade de Carlos (não respondeu ligações). Ester e Débora estão morando no interior do Ceará. As respostas praticamente coincidiram.

final da aula de OM, em ambiente interno é utilizado para comparar o entendimento teórico dos discentes. Todas as questões foram respondidas em Braille, vale ressaltar que para as questões de “dois” a “cinco” observou-se a manipulação de peças ou de partes do corpo, com respectiva justificativa verbal. A confecção do pós-teste foi motivada conforme referências descritas anteriormente. Novamente, o valor de cada questão foi definido em conjunto com docentes e ex-docentes da Escola de Ensino Fundamental Instituto dos Cegos.

Pós-teste (aplicada no CAP - duração de até 40 minutos)

1. Descreva ângulos em partes do corpo. (1,0pt)
2. Identifique ângulos de 90º, 180º e 360º com movimentos no corpo. (1,0pt)
3. (Fornecidos cinco triângulos: dois equiláteros de distintos tamanhos, dois triângulos retângulos de tamanhos diferentes e um triângulo escaleno) Identifique cada um dos triângulos. (1,0pt)
4. (Fornecidos cinco quadriláteros: dois quadrados de distintos tamanhos, dois retângulos de tamanhos diferentes e um trapézio). Identifique cada um dos quadriláteros.(1,0pt)
5. Descreva as formas de obtenção dos ângulos de 30º, 45º, 60º e 120º. (2,0pts)
6. Mostre que a soma dos ângulos internos de um triângulo é 180º. (2,0pts)
7. Identifique um ou mais eixo de simetria em (2pts):
    - a) Triângulo equilátero.
    - b) Quadrado.
    - c) Retângulo
    - d) Trapézio isósceles.
    - e) Pipa (ou papagaio).
    - f) Cruz de David.

<u>Respostas esperadas do pós-Teste:</u>

1) Qualquer uma desde que esteja associada à ideia de ângulo. Por exemplo: braço – cotovelo – antebraço. *Valor máximo da questão: 1,0*
2) Os ângulos podem ser associados com virar à direita ou à esquerda (90º), realizar meia-volta (180º) ou uma volta (360º). *Valor máximo da questão: 1,0*
3) Identificar cada triângulo descrevendo suas características.

Triângulo equilátero: todos os lados possuem a mesma medida e os ângulos internos são todos iguais a 60º. Triângulo retângulo possui um ângulo reto. Triângulo escaleno tem todos os lados de diferentes medidas. *Valor máximo da questão: 1,0*

4) Identificar cada quadrilátero descrevendo suas características. Quadrado: todos os lados possuem a mesma medida e os ângulos internos são todos iguais a 90º. Retângulo possui ângulos internos retos e lados opostos paralelos com mesma medida. Trapézio: lados opostos paralelos. *Valor máximo da questão: 1,0*
5) Para 30º e 60º confeccionar um triângulo equilátero (o importante é observar como cada sujeito confecciona o referido triângulo). 45º é obtido dobrando um quadrado ao meio, em relação a uma diagonal. 120º é o ângulo externo de um triângulo equilátero. *Valor máximo da questão: 2,0*
6) Demonstrar seguindo as ideias apresentadas no décimo nono encontro. Outras ideias, desde que satisfatórias, podem ser utilizadas. *Valor máximo da questão: 2,0*
7) (a) uma das alturas; (b) uma das diagonais ou ponto médio de lados opostos; (c) ponto médio de lados opostos; (d) ponto médio de lados paralelos; (e) a diagonal maior; (f) enumerando de “1” até “12”, cada vértice, a reta que passa por “1” e por “7” (ou “2” e “8” ou “12” e “6”, etc.) é um eixo de simetria. *Valor máximo da questão: 2,0*

Os encontros ficam estruturados conforme indicado no próximo tópico.

4.7. Atividades Realizadas

A pesquisa de campo foi realizada de maio a novembro de 2008, com interrupções nos meses de julho e setembro respectivamente em função do período de férias escolares dos sujeitos de estudo e de uma *pausa estratégica.* A pausa estratégica é assim denominada para saber se a apresentação do GEUmetria estava sendo consolidada, isto é, se ocorreu aprendizagem de determinado conteúdo, um curto período de tempo, no caso um mês, não seria suficiente para esquecimento do que foi compreendido.

Assim sendo, a pesquisa de campo teve três períodos. O primeiro, relativo aos doze encontros iniciais, foi realizado entre 05 de maio e 15 de junho de 2008. O segundo, com quatro encontros, entre 05 e 31 de agosto do e o terceiro, com quatro últimos encontros, entre 02 de outubro e 18 de novembro.

Foram realizadas adequações na estrutura das aulas de Orientação e Mobilidade. De 50 minutos usuais passaram a ter uma duração média de 100 minutos, em todos os encontros. Cada aluno sujeito do estudo é atendido individualmente.

Inicio a aula de OM com técnicas de alongamentos adaptadas[16], por aproximadamente 10 minutos. Por exemplo, dada a *posição inicial*, peço que o(a) estudante segure a bengala com as duas mãos, inspirando ao aproximar a bengala e expirando ao afastá-la. Repetir, lentamente, 12 vezes. Esta atividade serve para o conhecimento corporal de braços paralelos e braços perpendiculares em relação à bengala longa. A seguir realizo a atividade de OM, como locomoção em ruas próximas ao domicilio de cada um dos discentes, por cerca de 50 minutos. Após locomoção nas ruas, dedico cerca de cinco minutos de alongamento e 10 minutos para confecção e/ou interpretação de maquete. Nos 30 minutos finais peço que o discente faça um breve resumo da aula, escrito em Braille.

Os 20 encontros propostos foram estruturados visando a apreensão dos conceitos de triângulo, quadrilátero e simetria. Sendo o triângulo uma figura geométrica formada por três retas que se encontram duas a duas e não passam pelo mesmo ponto, formando três lados e três ângulos, o quadrilátero um polígono de quatro lados, cuja soma dos ângulos internos é 360°. Sendo feita referência aos quatro lados de um polígono, indiretamente faz-se referência a quatro retas que se interceptam duas a duas não passando pelo mesmo ponto. Para compreender a ideia de ângulo torna-se necessária a ideia de interseção de retas.

A simetria, em termos geométricos, é a semelhança exata da forma em torno de uma determinada linha reta (eixo), ponto ou plano. Vale ressaltar que nesse estudo a simetria em relação a um eixo foi a observada. Por exemplo, se ao rodarmos uma figura, invertendo-a, ela for sobreponível ponto por ponto (segundo os princípios da geometria euclidiana), ela é simétrica. É o caso das imagens refletidas por um

---

[16] No Apêndice I estão descritas as técnicas de alongamento adaptadas.

espelho[17].

Desta feita, torna-se necessário que cada sujeito compreenda as ideias de retas e ângulos para melhor conceituar triângulos, quadriláteros e simetria. As referidas ideias são apresentadas no tópico a seguir.

4.7.1. Estratégias para apresentação de conteúdos:

Para triângulos e quadriláteros: Apresentar figuras geométricas em E.V.A. para manuseio dos discentes foi uma prática comum[18]. Construir triângulo com bengala longa, identificando ângulos internos e externos ao triângulo obtido. Em relação à locomoção, virar para direita ou para esquerda, formando ângulo de 90º com os pés. Este ângulo era percebido quando uma caixa era colocada entre os pés. Em seguida, o restante do corpo gira acompanhando o movimento dos pés.

Explicar para cada um dos discentes significado de um quadrado. Sua diferença para o retângulo e o losango. Com auxílio de figuras em E.V.A. mostraram-se formas geométricas para os alunos (individualmente). Em seguida, dentro da sala de aula onde eram confeccionadas as maquetes, solicitava-se que identificassem as referidas formas em objetos concretos: portas e janelas (como retângulos), os lados de uma caixa do material dourado (formato de um quadrado).

Esclarecer, via OM, que cada número é ele multiplicado por um, por exemplo, 5 = 5 x 1; 17 = 17 x 1. Com efeito, o 5 pode ser imaginado como a área de um retângulo de lados cinco passos por um passo. Não foi demonstrado, apenas argumentado que a área de um retângulo é dada pelo produto da base pela altura (ou comprimento e largura).

---

[17] Exemplificando, se no meio da letra O colocarmos um espelho exatamente no meio da figura, na vertical, a mistura das duas imagens (a real e a refletida) forma um novo O já que a letra referida tem esse eixo de simetria. Dada uma imagem, a sua simétrica preservará comprimentos e ângulos, mas nem sempre mantém a direção e sentido das várias partes da figura (embora isso possa acontecer em alguns casos).

[18] Observei que todos os discentes inicialmente localizavam as extremidades das figuras dadas. Em seguida, obedecendo a instruções, tentavam determinar as medidas dos lados comparando com tamanho de partes dos dedos (principalmente do indicador). Por fim, analisavam os ângulos.

Para obtenção de ângulos de 30º, 45º, 60º e 120º, informei que a soma dos ângulos internos de um triângulo é igual a 180º. A justificativa foi fornecida em outro momento. Perguntar aos discentes quanto vale cada um dos ângulos internos. Desse modo, tem o ângulo de 60º (ângulos internos formados na bengala longa). Confeccionar um triângulo equilátero em E.V.A. ou cartolina.

A ideia de simetria foi apresentada comparando os pontos em Braille na forma escrita e na forma de leitura. Em figuras de E.V.A. ou cartolina, a ideia do eixo de simetria era abordada dobrando o papel e observando imagem em espelho. Em OM, a ideia era apresentada em relação à distância. Locomoção pelo centro de figuras, como praças e ruas.

Antes de apresentar tópico relativo às formas de intervenção, o tópico a seguir tem o objetivo de estabelecer uma relação entre as técnicas de OM e o método Van Hiele de ensino de Geometria.

4.7.2. Adaptando Van Hiele ao GEUmetria.

Dentre as técnicas de Orientação e Mobilidade existentes, foram observadas seis, indicadas abaixo, as quais já tinham sido analisadas por Brandão[19] (2004). O motivo da escolha das seis técnicas está no fato delas terem maior afinidade com os conceitos geométricos os quais são estudados.

T1 – Formação de Conceitos – Esquema Corporal:
Construir o conceito da imagem do próprio corpo pela inter-relação indivíduo-meio, identificando as partes do corpo que serão usadas no ensino das técnicas básicas de Mobilidade: a altura da cintura, cabeça para cima, pé direito, etc.
<u>Geometricamente</u>: Insiro a ideia de ângulo: braço – cotovelo –

[19] Quando escrevi o artigo GEUmetria, tive como base as técnicas que aprendi em curso realizado em 2002, promovido pela Secretaria de Educação Especial do MEC. Em 2003 as técnicas foram reescritas, por razões didáticas, focando uma melhor interpretação dos professores. Todavia, a essência permanece, isto é, a pessoa com deficiência visual aprende um conjunto de técnicas para proteção e locomoção independente, tanto em ambientes internos (como casa, shopping) quanto em ambientes externos (andar em ruas, andar de ônibus). Continuo com as técnicas apresentadas no artigo de 2004 porque englobam várias das técnicas de Brasil (2003).

antebraço. Destaco também a ideia de interseção de reta e plano quando relaciono um pé contido no piso (plano) e respectiva perna (reta).
Relação com Brasil (2003)[20] → Técnica Básica (Tc1.1); Troca de Lado (Tc1.2); Subir Escadas (Tc1.5); Descer Escadas (Tc1.6); Localizar Cadeira e Sentar-se (Tc1.8) e Sentar-se à Mesa (Tc1.9).

T2 – Objetos Fixos:
Familiarizar-se com objetos fixos e suas características como ruas, meio fio, pontes, casas, paradas de ônibus entre outros que podem servir como referência.
Geometricamente: Relacionar alguns desses objetos referenciais como pontos (parada de ônibus, uma casa específica, etc.) contidos em uma reta (rua dada). Interseção de retas (encontro de ruas) bem como posições relativas de retas (ruas paralelas, perpendiculares, etc.). Os objetos têm superfícies de figuras planas conhecidas.
Relação com Brasil (2003) → Localizar Cadeira e Sentar-se (Tc1.8); Sentar-se à Mesa (Tc1.9); Seguir Linhas Guias (Tc2.3); Localização De Objetos - Caídos (Tc2.6).

T3 – Posição dos objetos no espaço:
Durante a instrução, o aluno é orientado a conhecer todos os objetos significativos de um determinado percurso, para que ele possa construir um mapa mental do trajeto percorrido.
Geometricamente: Relacionar alguns desses objetos referenciais como pontos (parada de ônibus, uma casa específica, etc.) contidos em uma reta (rua dada). Interseção de retas (encontro de ruas) bem como posições relativas de retas (ruas paralelas, perpendiculares, etc.). Determinadas paredes fornecem ideias de planos perpendiculares ao plano que se anda. Uma ladeira já é um plano não perpendicular ao piso; analisar posições de paredes em relação a dados pontos referenciais.
Relação com Brasil (2003) → Localizar Cadeira e Sentar-se (Tc1.8); Sentar-se à Mesa (Tc1.9); Seguir Linhas Guias (Tc2.3); Localização

[20] Relação entre as técnicas que tenho ensinado desde 2003 e as técnicas com reformulações didáticas (BRASIL, 2003). Vale ressaltar que não foram esgotadas todas as relações possíveis. Não obstante, técnicas podem ser repetitivas, isto é, uma técnica de Brasil (2003) pode ser utilizada mais de uma vez nas técnicas que venho ensinando.

de Objetos Caídos (Tc2.6); Familiarização de Ambientes (Tc2.7);

T4 – Direções:
Utilização do sol, como indicador de direção, determinando sua posição em relação aos objetos. De acordo com o nível de compreensão, o aluno deve aprender o uso da bússola, o significado dos pontos cardeais e os termos: direita e esquerda, frente, atrás, para cima e para baixo.
Geometricamente: Além de ponto, de reta e de plano, trabalhar paralelismo, perpendicularismo e ângulos. Com efeito, se um aluno tem a necessidade de virar para a direita, por exemplo, ele tem que saber que seus pés devem formar um ângulo reto, em relação ao percurso dado, e seu corpo deve acompanhar tal ângulo. A simetria pode ser introduzida quando o estudante faz o retorno para um dado ponto de origem, percorrendo mesmo percurso.
Relação com Brasil (2003) → Curvas (Tc1.4); Tomada de Direção (Tc2.5)

T5 – Contorno:
Ao encontrar um objeto no meio do caminho, o aluno deve contorná-lo, voltando ao mesmo caminho sem perder a orientação.
Geometricamente: Paralelismo de retas e teorema de Tales. Com efeito, estando um aluno andando em uma calçada e havendo um carro estacionado sobre ela, caso ele tenha dado dois passos após virar para a direita, ao virar para a esquerda (para andar em linha reta, paralelamente ao seu trajeto inicial) e contornar o carro, para retornar ao percurso antes do carro, deverá virar para a esquerda e dar pelo menos dois passos. Desta feita pode ser abordado o teorema de Tales no tocante ao tamanho dos passos necessários para o contorno de dado objeto.
Relação com Brasil (2003) → Curvas (Tc1.4); Tomada de Direção (Tc2.5); Técnica Para Detecção e Exploração de Objetos (Tc3.3).

T6 – Localização e alinhamento do som:
Determinar a origem do som somente pela informação auditiva. Através dessa informação, o aluno toma decisões importantes, tais como: origem, direção e distância. Sendo determinada à origem e a direção do som, o aluno pode, por exemplo, determinar uma corrente de tráfego e o ângulo a ser adotado para atravessar uma rua.
Geometricamente: Dados dois pontos (um aluno e um dado objeto que

esteja produzindo um determinado som, como caixa de som de uma lanchonete, por exemplo) pode-se traçar uma reta (percurso entre discente e lanchonete); ou forma-se uma outra reta (percurso realizado pelo estudante após virar para certo lado para afastar-se do objeto sonoro) dado um ponto (aluno) e ângulo entre retas (percurso que o sujeito estava e novo percurso ao mudar de caminho).
Relação com Brasil (2003) → Familiarização de Ambientes (Tc2.7); Familiarização de Transporte (Carro, Van)- (Tc3.9)

Percebe-se que os conceitos são apresentados durante atividades de OM e não o contrário, isto é, do conceito é inserida uma atividade correspondente. Em relação ao nível Van Hiele, quais respostas esperar?

Respostas esperadas no Nível "0" – Visualização

Expectativa que alunos saibam, na técnica T1: Identificar ângulos no próprio corpo e formados com e pela bengala longa; Formar figuras na bengala e no próprio corpo; Caracterizar bengala longa, pernas e braços como retas (segmentos de retas).

Nas demais técnicas, a expectativa é: Caracterizar (relacionar) bengala longa, partes do corpo e objetos fixos (como cadeiras, portas, meio-fio, poste etc.) como pontos, retas e planos, pelo tamanho.

Respostas esperadas no Nível "1" – Análise

Em relação a T1, espera-se que os alunos saibam identificar e compreender algumas propriedades/características das figuras formadas na bengala e no próprio corpo; Pontos, retas e planos já não dependem do tamanho, e sim de um referencial..

No tocante às técnicas de T2 a T5, espera-se que cada um dos discentes perceba formatos das ruas, de portas e alguns objetos fixos relacionando-os com quadriláteros. Compreender ruas paralelas e ruas perpendiculares.

Espera-se, em relação a T6 que os aprendizes percebam a relação entre velocidade de som e distância entre objetos.

Respostas esperadas no Nível "2" – Ordenação

Em relação às técnicas de T1 a T5, espera-se que cada um dos estudantes compreendam as características de triângulos e quadriláteros. Interseção de retas e planos, entre retas e entre planos, bem como retas paralelas e perpendiculares, relacionando com atividades de O.M. – fazendo uso de objetos como referenciais para tais ideias. Tipos de ângulos e relacionar estes com ângulos em figuras de papel, E.V.A. etc. Fazer e entender construções geométricas adaptadas.

Identificar que velocidade e tempo são grandezas inversamente proporcionais, são expectativas da técnica T6, bem como entender construções geométricas.

Respostas esperadas no Nível "3" – Dedução

Compreender o teorema de Tales e é capaz de justificá-lo em outras situações de O.M.; Ter condições de entender a Geometria como um sistema dedutivo; postulados, teoremas e definições já passam a ser compreendidos; Fazer de mais de uma maneira construções geométricas (com adaptações), são expectativas em todas as técnicas observadas.

Obs.: O nível 4 = rigor não foi observado.

O próximo tópico trata da forma de intervenção.

4.7.3. Intervenções:

Este tópico serve para sistematizar o método GEUmetria. A *primeira atividade* do método é estabelecer um vocabulário específico focando o entendimento que cada sujeito tem de retas e ângulos. Desta feita, durante a realização da T1, formação de esquema corporal, é argumentada a ideia de posição vertical e de ângulo entre braço, cotovelo e antebraço. O aluno vivencia.

Como compreender ângulo de 120º? Pois o referido ângulo é o que deve ser formado nesse esquema corporal. Argumentei sobre o fato de considerar ângulos de uma volta tendo 360º. Instrui como chegar ao valor dos ângulos de meia – volta e quarto – de – volta (ou ângulos retos) fazendo uso da OM. O discente virava o pé formando inicialmente ângulos de 90º. Para vivenciarem o referido ângulo, utilizei uma caixa e coloquei entre os pés. Virar para direita (ou esquerda) e virar novamente para direita (ou esquerda) equivale a meia – volta (deixo que cada sujeito chegue nessa conclusão).

Ao término da aula de OM, forneci um triângulo equilátero e um quadrado em papel 40 kg, solicitei que dobrasse o triângulo juntando dois dos vértices e fincando o papel dividisse o triângulo equilátero ao meio. 30º é o ângulo obtido. O ângulo de 45º foi confeccionado com raciocínio análogo, sendo dobrado um quadrado utilizando-se vértices opostos (em relação à diagonal). E o de 120º foi apresentado da seguinte forma: o discente formava um triângulo equilátero em uma folha de E.V.A. colando três canudos de mesmo tamanho. Um dos lados ficava no extremo da folha. O ângulo externo é o ângulo de 120º. Com efeito, cada discente concluía que valia 120º ao perceber que juntos, os ângulos interno e externo ao triângulo, formavam ângulo de meia – volta.

A *segunda atividade* está relacionada com as técnicas de alongamento adaptadas para OM. Forneço ideia de paralelismo e perpendicularismo de retas. Exemplifico via posicionamento de braços, quando estão esticados (paralelismo), e de braços e bengala longa, quando esta é segurada por ambos os braços esticados (perpendicularismo). Essas ideias são complementadas quando o sujeito está se locomovendo em determinada rua e é solicitado a indicar ruas paralelas e ruas perpendiculares à rua em questão. A justificativa dada pelo sujeito é relevante.

A *terceira atividade* é a identificação de figuras planas. Nesta tese, triângulos e quadriláteros foram as principais formas geométricas observadas. Todavia, como havia uma praça próxima ao Instituto dos Cegos no formato da Cruz de David, esta figura foi trabalhada com os discentes. Nas aulas de OM o sujeito reconhece formatos de objetos tocando-os e/ou contornando-os com a bengala (como é o caso de contornar praças). Ao término de cada aula, durante confecção de maquete, o sujeito reproduz cada figura encontrada durante o trajeto da OM.

Como novidade, pois os sujeitos só identificavam as figuras a partir da quantidade de vértices, foi explicitada uma forma de conhecimento dos ângulos e dos tamanhos dos lados das figuras. Ângulos retos eram comparados com a letra “v” em Braille. A medida de cada lado era aproximada pelo tamanho de partes do dedo. Assim, no caso de um triângulo equilátero, os lados são todos iguais. Um triângulo retângulo tem um ângulo reto (de 90º) e assim sucessivamente.

Para saber se cada discente de fato estava compreendendo o significado de um triângulo equilátero e de um quadrado, apresentei um jogo utilizando as varetas de um material dourado.

Formar quadrados com varetas...

Inicialmente confeccionei alguns quadrados e fui fazendo observações: (1) Com uma vareta em cada lado são necessárias quatro varetas para formar um quadrado; (2) Com duas varetas em cada lado são necessárias oito varetas para formar um quadrado.

Solicitei que cada aluno fizesse quadrados com lados três varetas e depois com lados de medida quatro varetas. Cada um deles observou que: (1) Com três varetas em cada lado eram necessárias doze varetas para formar um quadrado; (2) Com quatro varetas em cada lado eram necessárias dezesseis varetas para formar um quadrado;

Com base no que cada um dos discentes estava formando, pedi que dissessem quantas varetas seriam necessárias para confeccionar um quadrado com lado cinco, cada um dos sujeitos de estudo respondeu, rapidamente, que seriam necessárias vinte varetas.

Em seguida, mesma pergunta anterior, caso os lados tivessem como medida seis varetas. Rapidamente responderam vinte e quatro.

Evitando uma sequência aditiva, perguntei caso o quadrado tivesse lado oito varetas, quantas varetas seriam necessários. Não demoraram em responder trinta e dois. Indagados como estavam realizando tais contas responderam que, “como o quadrado tem os quatro lados iguais, então multiplico por quatro a quantidade de varetas que eu quero colocar nos lados”.

Formar triângulos equiláteros com varetas...

Assim como na atividade de confecção de quadrados, fiz as duas primeiras construções, com lado um e depois com lado duas varetas. Todavia, desta vez não foram dadas instruções iniciais. Foi solicitada a construção de um triângulo equilátero de lado três varetas, depois de lado quatro varetas. Em seguida, fazendo só “contas de cabeça”, triângulos do mesmo tipo com lados... cinco, sete e dez varetas.

Responderam: “como o triângulo equilátero tem os três lados iguais, então multiplico por três a quantidade de varetas que eu quero colocar nos lados”. Percebe-se que o conhecimento prévio de um triângulo equilátero ter os três lados iguais foi essencial na resposta de cada um[21].

A *quarta atividade* é a identificação de eixos de simetria em figuras planas. Como ilustração inicial, coloquei a bengala longa coincidindo com a reta (imaginária) que passa pelo nariz e pelo umbigo. Cada sujeito era indagado sobre a distância da bengala e pontos com imagens em espelho em relação à bengala, como orelhas direita e esquerda, ombros direito e esquerdo, entre outros. Apresentei algumas letras do alfabeto Braille em E.V.A. bem como algumas figuras, como um quadrado, uma cruz de David, com versões em papel, para realizar dobradura.

Para identificar eixos de simetria durante aulas de OM, solicitei que andassem pelo centro de uma calçada de formato retangular. Para tanto, bastava observar se a distância à direita era a mesma da esquerda, do sujeito. As técnicas de contorno (T4), de tomada de direção (T5) e alinhamento do som (T6) foram muito utilizadas para vivenciar a ideia de simetria.

Capítulo V: Resultados e análise de dados

Neste capítulo são apresentados os resultados do meu estudo. Inicialmente, destaco um pouco da história de vida dos sujeitos de estudo que serve para comparar conhecimentos adquiridos através do método GEUmetria com conhecimentos prévios.

5.1. Breve história de vida dos sujeitos.

Posição na família, situação econômica dos pais entre outros detalhes são aqui tratados. Em relação ao conhecimento geométrico, todos os discentes tiveram noções de triângulos, quadrados e retângulos (e circunferências) a partir das medidas dos lados, isso quando alunos de escolas especializadas. Nas demais séries, segundo relato dos sujeitos corroborado com informações de docentes[22], cada

---

[21] Fiz outros exemplos com retângulos com um dos lados sendo o dobro do outro. Só Débora e Bruno conseguiram resolver de modo satisfatório.

[22] Entre 2006 e 2008 foram realizados cursos de capacitação na área de matemática e deficiência visual, cujo foco era a apresentação de métodos e técnicas para trabalhar a matemática tanto com discentes cegos incluídos em escolas regulares quanto com discentes videntes. O público alvo era docentes de escolas onde estudavam alunos com deficiência visual. Nesses cursos, tive

sujeito não teve contato com geometria mais aprofundada. Nem mesmo Débora, que teve a nota de Álgebra repetida na nota de Geometria, pois como estuda em escola particular, a Matemática[23] é dividida em duas partes: Geometria e Álgebra.

Vale ressaltar que, na época do estudo, Débora e Carlos cursavam o segundo ano do Ensino Médio. Débora foi dispensada das aulas de Geometria. Carlos teve contato com as fórmulas geométricas, como soma dos ângulos internos de um polígono convexo, número de diagonais, relação entre lado de um polígono regular e o raio de uma circunferência inscrita ou circunscrita ao polígono. André, Bruno e Ester, por estarem no Ensino Fundamental de escolas públicas, tiveram pouco contato com outros conhecimentos associados à geometria plana.

A seguir, apresento um breve histórico da vida de cada sujeito de estudo.

- **André** é o caçula de uma família com dois filhos. Nasceu depois que seu irmão já tinha 15 anos. Seus pais possuem o ensino médio completo. Sua mãe é dona de casa, dedica-se quase que exclusivamente à educação do filho. Seu pai é autônomo, trabalhando no comércio. A renda familiar fica em torno de dois salários mínimos. André, na época da pesquisa, estudava no 7º ano do Ensino Fundamental de uma Escola Pública de Fortaleza, 15 anos. Começou a estudar na Escola Instituto dos Cegos de Fortaleza com quatro anos de idade e lá ficou até completar o quinto ano do ensino fundamental. Nunca repetiu nenhuma série. Possui computador. Em relação à descoberta de sua cegueira, ainda bebê, sua mãe relata que não aceitou. Ainda o protege, conforme ela, porque não vê a sociedade preparada para crianças cegas.
- **Bruno** é filho único. Seus pais possuem o ensino médio completo e ambos trabalham como autônomos no comércio. A renda familiar fica em torno de dois salários mínimos. Bruno, na época da pesquisa, estudava no 9º ano do Ensino

---

contato com docentes. Parte do conteúdo pode ser observado no artigo "A matemática por trás da orientação e mobilidade", Brandão (2009b). Para esta tese, as informações foram colhidas pessoalmente com os ex-docentes dos sujeitos de estudo, exceto o de Débora.

[23] Assim como Português que é dividida em Literatura e Língua Portuguesa

Fundamental de uma Escola Pública de Fortaleza, 16 anos. Estudou até o sétimo ano do ensino fundamental na Sociedade de Assistência aos Cegos. Desde o oitavo ano do ensino fundamental estuda em uma escola estadual no bairro de Antônio Bezerra. Sua cegueira foi descoberta perto de completar um ano de idade quando a mãe de Bruno o levou a um médico. Segundo ela, ele só olhava para o chão, embora brincasse com brinquedos próximos dele como outra criança. Só que quando engatinhava batia nas coisas. No início, conforme ela relata, chorou muito. Mas hoje ela percebe o potencial de Bruno. É um menino independente, complementa. Não teve nenhuma reprovação escolar.

- **Carlos** é filho único e órfão de pai. É criado pelos avós paternos, que são aposentados com um salário mínimo cada um. Ambos eram agricultores. Na época da pesquisa, estudava no 2º ano do Ensino Médio de uma Escola Pública de Fortaleza, 19 anos. Começou a estudar na Escola Instituto dos Cegos de Fortaleza desde os seis meses, pois nasceu com ausência dos olhos. Lá ficou até completar o quinto ano do ensino fundamental. Nunca repetiu nenhuma série. Em relação à descoberta de sua cegueira, sua avó relata que não aceitou. Mas DEUS dá um jeito.
- **Débora** é filha única de uma professora e de um comerciante do interior do Estado de Ceará. Desde que foi diagnosticada como cega, mora com avó materna em Fortaleza. A renda média da família é de três salários mínimos. Na época da pesquisa, estudava no 2º ano do Ensino Médio de uma Escola Pública de Fortaleza, 18 anos. Estudou até o sétimo ano do ensino fundamental na Sociedade de Assistência aos Cegos, onde iniciou seus estudos com dois anos de idade. Desde o oitavo ano do ensino fundamental estuda em uma escola particular em Fortaleza. Não teve nenhuma reprovação escolar. Possui computador. Sua mãe aceitou sua cegueira, pois teve complicações na gravidez. Segundo ela, a vida é muito difícil, mas tudo tem um motivo para acontecer.
- **Ester** é a caçula de uma família com dois filhos. Nasceu depois que seu irmão já tinha 10 anos. Seu pai tem o ensino médio completo e sua mãe só o ensino fundamental. Sua mãe é dona de casa. Seu pai é autônomo, trabalhando no comércio de bebidas (tem um bar). A renda familiar fica em torno de

dois salários mínimos. Na época da pesquisa, Ester estudava no 8º ano do Ensino Fundamental de uma Escola Pública de Fortaleza, 16 anos. Começou a estudar na Escola Instituto dos Cegos de Fortaleza com três anos de idade e lá ficou até completar o quinto ano do ensino fundamental. Nunca repetiu nenhuma série. Possui computador. Em relação à descoberta de sua cegueira, ainda bebê, sua mãe relata que não aceitou. A vida deve ser vivida, diz ela. Procura estimular Ester nos afazeres domésticos.

Em síntese, o conhecimento dos sujeitos em relação à identificação de figuras geométricas está associado à identificação da quantidade de vértices. O próximo tópico trata das respostas dos sujeitos nos testes.

5.2. Respostas dos sujeitos

Esse tópico trata das respostas apresentadas pelos sujeitos. É dividido em dois outros tópicos: análise quantitativa e análise qualitativa.

5.2.1. Análise quantitativa das respostas dos sujeitos

A análise quantitativa do pré-teste levou aos seguintes resultados, por sujeito:

Quadro “4” – resultados obtidos no pré-teste

Sujeitos	Perguntas						Total
	1ª.	2ª.	3ª.	4ª.	5ª.	6ª.	
André	2,0	0,5	0,0	0,5	0,0	1,0	**4,0**
Bruno	2,0	1,0	0,0	0,5	2,0	1,0	**6,5**
Carlos	2,0	1,0	0,0	0,5	2,0	1,0	**6,5**
Débora	2,0	1,0	0,0	0,5	2,0	2,0	**7,5**
Ester	2,0	0,5	0,0	0,5	0,0	1,0	**4,0**

Fonte: Pesquisa direta

Os dados acima permitem inferir que dois sujeitos estão com notas abaixo de 5,0 em uma escala de zero a dez. A primeira questão, a qual trata do conhecimento sobre retas, é de domínio de todos os sujeitos. Na segunda questão André não respondeu de modo satisfatório o que é ângulo e Ester não deu exemplo. Nenhum dos discentes sabe o significado de simetria (geometria plana), é o que se observa na terceira questão.

Na quarta questão todos sabem calcular um número ao quadrado, desconhecendo, entretanto, o motivo de se expressar x^2 (número ao quadrado). André e Ester não conseguiram conceituar quadrado de maneira satisfatória, conforme se observa nas repostas da quinta questão. Na sexta, exceto Débora que respondeu de maneira satisfatória, os demais não compreendem bem o significado de semelhança de figuras.

A seguir, apresento os dados referentes ao teste-intermediário, só a segunda parte, haja vista a primeira parte importar nas atividades de OM.

Quadro "5" – resultados obtidos na segunda parte do teste-intermediário

Sujeitos	1ª.	2ª.	3ª.	4ª.	5ª.	6ª.	7ª.	8ª.	Total
André	0,5	0,5	0,5	0,5	1,5	1,0	1,0	1,0	**6,5**
Bruno	0,5	0,5	0,5	0,5	1,5	1,0	1,0	1,0	**6,5**
Carlos	0,5	0,5	0,5	0,5	1,5	1,0	1,0	2,0	**7,5**
Débora	0,5	0,5	0,5	0,5	1,5	1,0	2,0	2,0	**8,5**
Ester	0,5	0,5	0,5	0,5	1,5	1,0	1,0	1,0	**6,5**

Fonte: Pesquisa direta

Percebe-se, em termos quantitativos, que todos os discentes tiveram uma melhora em seus rendimentos. As questões de "um" a "três", de "quatro" a "seis" e "sete" e "oito" estão associadas, respectivamente, com os níveis "um", "dois" e "três" de Van Hiele. Percebe-se que todos os sujeitos responderam satisfatoriamente as três primeiras perguntas, bem como a quinta.

Na quarta questão, a falha de todos foi não perceber a possibilidade de formar uma figura com cinco lados. Com efeito, figuras com mais de quatro lados foram construídas na maquete. Na sexta questão, a qual trata da simetria, os discentes já indicam um determinado grau de entendimento, ainda não satisfatório. As respostas da sétima questão foram consequências dos entendimentos de simetria dos discentes. A oitava questão está associada ao entendimento de figuras semelhantes.

A próxima tabela apresenta os resultados do teste aplicado no vigésimo encontro.

Quadro “6” – resultados obtidos no teste teórico do pós-teste

Sujeitos	1ª.	2ª.	3ª.	4ª.	5ª.	6ª.	7ª.	Total
André	0,3	1,0	1,0	0,6	2,0	0,0	1,5	**6,4**
Bruno	1,0	1,0	1,0	1,0	2,0	2,0	1,5	**9,5**
Carlos	0,3	1,0	1,0	0,6	2,0	1,0	1,5	**6,4**
Débora	1,0	1,0	1,0	1,0	2,0	2,0	1,5	**9,5**
Ester	0,3	1,0	1,0	0,6	2,0	0,0	1,2	**6,1**

Fonte: Pesquisa direta

Na primeira questão, Bruno e Débora forneceram três exemplos cada um, enquanto os demais só forneceram um exemplo. Observa-se que na 4ª questão os alunos não conseguem distinguir quadrados de retângulos. Na sexta, André e Ester não conseguem deduzir o que é solicitado. Carlos faz de maneira rudimentar, porém não completamente satisfatória. Já na 7ª não conseguiram eixo de simetria na Cruz de David. Ester também não conseguiu encontrar simetria no trapézio.

Das informações, pode-se confeccionar a tabela “8” a qual faz uma comparação entre os dados quantitativos dos discentes:

Quadro “7” – comparação de dados quantitativos nos testes

Sujeitos	Pré-teste	Teste-intermediário	Pós-teste
André	4,0	6,5	6,4
Bruno	6,5	6,5	9,5
Carlos	6,5	7,5	6,4
Débora	7,5	8,5	9,5
Ester	4,0	6,5	6,1

Fonte: Pesquisa direta

O quadro 8 permite analisar que, do pré-teste ao teste-intermediário ocorreu uma melhora quantitativa no desempenho dos discentes. Bruno fica estabilizado. Do teste-intermediário ao pós-teste, André e Ester mantiveram seu desempenho, Bruno e Débora melhoraram e Carlos teve uma redução. Realizando testes não paramétricos, pode-se inferir que, com uma margem de erro inferior a

5%, as intervenções propostas pelo método GEUmetria, associando conteúdo geométrico com técnicas de Orientação e Mobilidade, são satisfatórias.

A seguir, tem-se análise qualitativa dos testes.

5.2.2. Análise qualitativa das respostas dos sujeitos

Neste tópico apresento uma análise das respostas dadas em Braille por cada sujeito de estudo.

5.2.2.1. Análise das respostas de André:

Inicialmente apresento as respostas dadas por escrito em Braille. Gestos ou atitudes estão indicadas dentro de parênteses.

Respostas pré-teste

1) Retas são como linhas esticadas. Retas paralelas são retas que não se cruzam.
2) Uma abertura entre retas. Abertura entre dois dedos.
3) Não
4) 25; 49; não.
5) Tem os quatro lados iguais
6) São figuras parecidas

Percebe-se que não compreende o que é simetria e não é satisfatória sua ideia sobre figuras semelhantes. Ressalta-se que só faz referência quanto aos lados na caracterização de um quadrado.

Repostas teste-intermediário

1) A, B e D
2) Não. Ele pode ser um retângulo
3) Sim. Porque só é preciso lados opostos paralelos para ser paralelogramo.
4) Retângulo, paralelogramo e triângulo.
5) Sim, porque têm um ângulo igual a 90º
6) Reta que divide uma figura ao meio.
7) (A) e (C) – retas que passam pelo meio. (G) não tem (concluiu quando fez várias tentativas)
8) Acho que é quando posso colocar um dentro do outro (manipula os triângulos). Como neste caso.

Nota-se avanço nas compreensões de ideias. Em relação à simetria, embora tenha conceituado de maneira pouco satisfatória, já há indícios de que é capaz de caracterizar eixo de simetria de figuras, como ocorre na questão 07. Consegue identificar características de figuras planas, como pode ser constatada na questão 02.

Respostas pós-teste

1) Abertura entre o braço, o cotovelo e o antebraço.
2) Tenho 90º quando viro para direita. Quando faço meia-volta tenho 180º. Uma volta tenho 360º.
3) (manuseia cada peça, iniciando pelos vértices, depois pelo tamanho aproximado dos lados, comparando com medidas de partes do dedo e, por fim, analisa os ângulos colocando o ângulo observado da figura entre dedos) O primeiro é equilátero porque tem todos os lados iguais e os ângulos também. O segundo é retângulo pois tem ângulo reto. O terceiro também é equilátero, já que tem lados iguais. O quarto tem os três lados diferentes e não tem ângulo de 90º. O quinto é retângulo. Acho que também tem os lados pequenos iguais.
4) (assim como na questão anterior, manuseia cada peça, iniciando pelos vértices, depois pelo tamanho aproximado dos lados, comparando com medidas de partes do dedo e, por fim, analisa os ângulos colocando o ângulo observado da figura entre dedos) o primeiro é quadrado pois tem os lados iguais. O segundo não é quadrado e não é retângulo (dá uma pausa) é trapézio. O terceiro é um retângulo. O quarto é um retângulo. O quinto é um quadrado.
5) Faço um triângulo equilátero. Tenho 60º. Dobro no meio e tenho 30º. Do quadrado dobro no meio e tenho 45º. 120º é o ângulo de fora (externo) do 60º.
6) (não fez)
7) (manuseia cada peça, iniciando pelos vértices, depois pelo tamanho aproximado dos lados, comparando com medidas de partes do dedo e, por fim, analisa os ângulos colocando o ângulo observado da figura entre dedos). Não sei desse (da Cruz de David). Esse dobro no meio (referindo-se ao ponto médio de cada lado oposto de um quadrado). Esse dobro no meio também (manipulando um retângulo). Na pipa eu dobro

> no maior lado (fazendo referência à maior diagonal). No triângulo (equilátero) eu junto as pontas e dobro. Esse também dobro com as pontas juntas (trapézio isósceles).

Compreende ângulos utilizando movimentos em partes do corpo. Sabe caracterizar tipos de triângulos e quadriláteros. Consegue obter ângulos de 30º, 45º, 60º e 120º. Compreende eixo de simetria, embora não tenha identificado em todas as figuras. Ainda não sabe deduzir que a soma dos ângulos internos de um triângulo vale 180º.

Analisando:

Inicialmente foi apresentado o pré-teste. Quando perguntado sobre retas, André argumentou que são como linhas esticadas e retas paralelas são retas que não se cruzam, como as linhas do trem. Para ele, ângulo é uma abertura entre duas retas que se encontram. Fornecendo como exemplo a abertura entre os dedos “indicador” e “maior de todos”.

Em relação à ideia de simetria, inicialmente não sabia o que argumentar. Diante do questionamento sobre o significado de um número ao quadrado, não soube responder, muito embora soubesse o valor dos resultados numéricos. E quando foi indagado acerca do que é um quadrado, indicou apenas que é uma figura que possui quatro lados iguais. No tocante à pergunta sobre figuras semelhantes, franziu testa antes de argumentar que são figuras parecidas.

No decorrer dos encontros, quando os conceitos de quadrado e retângulo foram explicados, com auxílio de figuras em E.V.A., ele também identificava as referidas formas em objetos concretos: portas e janelas (como retângulos), os lados de uma caixa do material dourado (formato de um quadrado). Ao ser formalizada a ideia de um ângulo, ele foi capaz de identificar utilizando partes do corpo bem como a bengala longa.

André não apresentou muitas dificuldades em reproduzir a construção dos ângulos de 120º, 60º, 30º e 45º. Sua maior dificuldade foi em compreender o motivo da soma dos ângulos internos de um triângulo é igual a 180º. Não obstante o pesquisador repetir três vezes a dedução, ele franziu em todas as vezes a testa, demonstrando insegurança. Ele argumenta, mas não “prova” esse resultado da Geometria.

Tendo em vista as definições de triângulos isósceles e triângulos retângulos e dos quadriláteros: losango, quadrado e retângulo, forneceu exemplos práticos dessas figuras, citando objetos e peças vivenciados nas atividades de OM. Em relação a estas, quando reforçadas as atividades de se locomover paralelamente em relação a um referencial, de novo foi realizado o questionamento sobre retas paralelas. Para ele, uma reta é a junção de sensações provocadas em um único sentido. É locomover-se para frente, não dobrando para a direita ou para a esquerda.

Quando realizou as atividades de formar triângulos e quadrados com os varetas, não apresentou dificuldades. Demorou um pouco ao fornecer as respostas de quantos varetas eram necessários para formar oito quadrados e depois dez. Outra vez, quando indagado sobre a definição de quadrado, não a forneceu de modo satisfatório, pois fez referência só aos lados iguais. No tocante ao identificar eixo de simetrias, após ser definido o que é "eixo de simetria", o comportamento dele foi padrão, em relação aos demais sujeitos observados. Inicialmente localiza os vértices e tenta uni-los, verificando, via tato, se uma única figura é formada.

Destaca-se que ele tem dificuldades em distinguir uma definição de um teorema. Cito, mais uma vez, o caso da soma dos ângulos internos de um triângulo. Ele a considera como definição porque o resultado é válido. Mesmo quando foi apresentada demonstração. Isso também ocorreu diante da vivência do teorema de Tales.

Conhecimentos teóricos:

- Conhecimentos prévios das figuras geométricas são bons. Sabe distinguir as diferenças entre quadrados e retângulos, indicando as características que fazem de todo quadrado um retângulo. Idem entre retângulos e paralelogramos;
- Em relação ao eixo de simetria de determinada figura, sabe dizer o que é (um eixo de simetria), consegue identificar eixos de simetria em figuras não muito complexas, como retângulos, alguns quadriláteros. Em figuras como a cruz de David não conseguiu identificar satisfatoriamente;
- Diante da confecção de ângulos (30º, 45º, 60º, 90º e 120º), não apresentou dificuldades. Todavia, diante da justificativa de que a soma dos ângulos internos de um triângulo vale 180º, foram repetidos três vezes os procedimentos de considerar um ponto em um dos lados e dividir o triângulo em três peças (dois triângulos e um

quadrilátero). Ele argumenta que a soma dos ângulos internos vale 180º, mas não é muito seguro em demonstrar.

- Para ele, uma reta é a junção de sensações provocadas em um único sentido. É locomover-se para frente, não dobrando para a direita ou para a esquerda.

5.2.2.2. Análise das respostas de Bruno:

Respostas pré-teste

1) São como linhas infinitas que não mudam de direção. Retas paralelas são como os trilhos de trem, que não se tocam.
2) Uma abertura entre retas. Braço, cotovelo e antebraço.
3) Não
4) 25; 49; não.
5) Figura com os quatro lados iguais e os quatro ângulos internos iguais a 90º
6) Figuras proporcionais

Percebe-se que não compreende o que é simetria e não é satisfatória sua ideia sobre figuras semelhantes.

Repostas teste-intermediário

1) A, B e D
2) Não. Pode ser retângulo
3) Sim, pois no paralelogramo não precisa que os ângulos (internos) sejam iguais.
4) Retângulo, paralelogramo e triângulo
5) Sim, porque têm um ângulo reto
6) É quando eu dobro uma figura e as partes ficam uma sobre a outra.
7) (Respondeu dobrando ao meio em relação ao lado maior) A e C no meio. G não tem (afirmou após três tentativas)
8) Sim (Manipulou os triângulos, encaixando-os para responder)

Percebe-se avanço nas compreensões de ideias. Em relação à simetria há indícios de que é capaz de caracterizar eixo de simetria de figuras, como ocorre na questão 07. Consegue identificar características de figuras planas, como pode ser constatada na questão 02.

Respostas pós-teste

1) Abertura entre o braço, o cotovelo e o antebraço. Abertura entre dois dedos. Abertura entre tronco e membros
2) 90º giro para lados. 180º giro para outro lado. 360º giro em torno de mim.
3) (assim como os demais, manuseia cada peça, iniciando pelos vértices, depois pelo tamanho aproximado dos lados, comparando com medidas de partes do dedo e, por fim, analisa os ângulos colocando o ângulo observado da figura entre dedos. Agrupou as figuras) A e B são equiláteros por causa do mesmo tamanho nos lados. C e D são retângulos por causa do ângulo reto. E tem todos lados diferentes.
4) (idem questão anterior, manuseia cada peça, iniciando pelos vértices, depois pelo tamanho aproximado dos lados, comparando com medidas de partes do dedo e, por fim, analisa os ângulos colocando o ângulo observado da figura entre dedos. Agrupou as figuras) G e F são quadrados. I e H são retângulos. J é trapézio. Quadrado é retângulo. Não o inverso.
5) 30º e 60º de um triângulo equilátero. Dobro no meio e tenho 30º. 45º de um quadrado dobrado no meio. 120º é ângulo externo de 60º.
6) Escolho um ponto. Passo paralela a (a cada um dos lados) AB e AC. Recorto triângulo nas paralelas e junto (os vértices) A, B e C. Tenho 180º.
7) (Manuseia cada peça, iniciando pelos vértices, depois pelo tamanho aproximado dos lados, comparando com medidas de partes do dedo e, por fim, analisa os ângulos colocando o ângulo observado da figura entre dedos). Dobro no meio A, B e C (referindo-se ao ponto médio de cada lado oposto do quadrado, do retângulo e do trapézio). D dobro na diagonal maior (pipa). E dobro juntando pontas (triângulo equilátero) Não sei F (fez referência à Cruz de David após três tentativas).

Compreende ângulos utilizando movimentos em partes do corpo. Sabe caracterizar tipos de triângulos e quadriláteros. Consegue obter ângulos de 30º, 45º, 60º e 120º. Compreende eixo de simetria, embora não tenha identificado em todas as figuras. Deduz que a soma dos ângulos internos de um triângulo vale 180º.

Analisando:

Durante a aplicação do pré-teste, Bruno respondeu que retas correspondem a linhas infinitas que não mudam de direção e comparou retas paralelas com os trilhos de trem. Quando indagado sobre o infinito, ele o compreende como sendo algo "sem fim", mas não foi capaz de fornecer uma situação prática onde pudesse vivenciar tal ideia.

Em relação às ideias de ângulo e de simetria, respondeu, para a primeira, que é a região compreendida entre duas retas, a partir do ponto de encontro entre elas. Para a segunda pergunta, nada falou e nada escreveu, apenas balançou a cabeça negativamente.

Diante do questionamento de quanto valia um determinado número ao quadrado, acertou as contas. Todavia, não respondeu satisfatoriamente o motivo de falar número ao quadrado. Para ele, um quadrado é uma figura com os quatro lados iguais e os quatro ângulos internos iguais a 90º.

Para ele, figuras semelhantes são figuras com características em comum, tais como terem ângulos iguais e lados proporcionais. Todavia, quando perguntei o que significavam "lados proporcionais" ele não respondeu. Comprovando, por conseguinte, que foi dada uma resposta pronta, aprendida em sala de aula regular, haja vista seu grau de escolaridade.

Bruno não apresentou dificuldades nas atividades realizadas. Não foi necessário repetir mais de uma vez um ou outro procedimento, como a dedução da soma dos ângulos internos de um triângulo ou a explicação do teorema de Tales, para que ele compreendesse e explicasse, ao seu modo, o que era apresentado.

Deste modo, em relação aos conhecimentos teóricos:

- Conhecimentos prévios das figuras geométricas são muito bons. Sabe distinguir as diferenças entre quadrados e retângulos, indicando as características que fazem de todo quadrado um retângulo. Idem entre retângulos e paralelogramos;
- Em relação ao eixo de simetria de determinada figura, sabe dizer o que é (um eixo de simetria), consegue identificar eixos de simetria em figuras apresentadas: retângulos, paralelogramos, "papagaio" e cruz de David;
- Diante da confecção de ângulos (30º, 45º, 60º, 90º e 120º),

não apresentou dificuldades;

- Para ele, uma reta é o conjunto de sensações provocadas em linha reta, em um único sentido.

5.2.2.3. Análise das respostas de Carlos:

Respostas pré-teste

1) Linha reta. Linhas que não se tocam
2) Uma abertura entre retas. Abertura entre dois dedos.
3) Não
4) 25. 49. Não.
5) Tem os quatro lados iguais e os quatro ângulos de dentro (internos) valendo 90º
6) Figuras com características parecidas

Percebe-se que não compreende o que é simetria e não é satisfatória sua ideia sobre figuras semelhantes.

Repostas teste-intermediário

1) A, B e D
2) Não. Pode ser retângulo
3) Sim. Porque só é preciso lados opostos paralelos para ser paralelogramo.
4) Retângulo, paralelogramo e triângulo
5) Sim, porque têm um ângulo igual a 90º
6) Quando dobramos uma figura a deixamos dividida ao meio.
7) É esta (mostra ao dobrar ao meio em relação ao maior lado a figura A). (Idem para C). É esta. Eu não consegui obter de G.
8) Quando possuem ângulos iguais (congruentes) e lados proporcionais. Sim

Percebe-se avanço nas compreensões de ideias. Em relação à simetria, embora tenha conceituado de maneira pouco satisfatória, já há indícios de que é capaz de caracterizar eixo de simetria de figuras, como ocorre na questão 07. Consegue identificar características de figuras planas, como pode ser constatada na questão 02.

Respostas pós-teste

1) Abertura entre o braço, o cotovelo e o antebraço.
2) Tenho 90º quando viro para qualquer. Faço meia-volta e tenho 180º. Faço uma volta e tenho 360º.

3) (manuseia cada peça, iniciando pelos vértices, depois pelo tamanho aproximado dos lados, comparando com medidas de partes do dedo e, por fim, analisa os ângulos colocando o ângulo observado da figura entre dedos. Coloca em ordem de tamanho da menor para a maior peça, enumerando-as) A primeira é equilátero já que tem todos os lados iguais. A segunda é retângulo já que tem ângulo de 90º. A terceira é equilátero. A quarta é escaleno. A quinta é retângulo.
4) (manipula cada peça, iniciando pelos vértices, depois pelo tamanho aproximado dos lados, comparando com medidas de partes do dedo e, por fim, analisa os ângulos colocando o ângulo observado da figura entre dedos. Coloca em ordem de tamanho da menor para a maior, enumerando as peças) A primeira é quadrado já que tem os lados iguais. A segunda é trapézio. A terceira é retângulo. A quarta é retângulo. A quinta é quadrado.
5) Para 45º dobro quadrado no meio (em relação à diagonal). Para 60º uso um triângulo equilátero. Dobro no meio e tenho 30º. 120º é ângulo externo do 60º.
6) Basta juntar pontas (vértices) de um triângulo.
7) (manipula cada peça, iniciando pelos vértices, depois pelo tamanho aproximado dos lados, comparando com medidas de partes do dedo e, por fim, analisa os ângulos colocando o ângulo observado da figura entre dedos). Quadrado: diagonal. Retângulo: pontos médios. Trapézio: pontos médios e juntar pontas (vértices). Pipa: diagonal maior. Triângulo: junto pontas (vértices). Cruz: Não sei.

Compreende ângulos utilizando movimentos em partes do corpo. Sabe caracterizar tipos de triângulos e quadriláteros. Consegue obter ângulos de 30º, 45º, 60º e 120º. Compreende eixo de simetria, embora não tenha identificado em todas as figuras. Ainda não sabe deduzir que a soma dos ângulos internos de um triângulo vale 180º.

Analisando:

Na apresentação do pré-teste, Carlos argumentou que retas são como linhas retas. Quando indagado sobre retas serem infinitas, ele não aceitou muito bem a explicação do que vem a ser o infinito. Durante exemplos, ele esfregava muito as mãos. Todavia, retas paralelas são como andar ao lado do meio–fio de uma calçada sem tocar nela. Para ele, ângulo é uma abertura entre duas retas que se cruzam, fornecendo como exemplo a abertura entre os dedos “indicador” e “maior de todos”.

Em relação à ideia de simetria, não sabia seu significado e, segundo ele, nunca tinha ouvido falar. Diante do questionamento sobre o significado de um número ao quadrado, não soube responder, entretanto acertou o valor dos resultados numéricos. Quando questionado acerca do que é um quadrado, indicou apenas que é uma figura que possui quatro lados iguais. No tocante à pergunta sobre figuras semelhantes respondeu que são figuras parecidas.

Quando os conceitos de quadrado e retângulo foram explicados, com auxílio de figuras em E.V.A., ele também identificava as referidas formas em objetos concretos: portas e janelas (como retângulos), os lados de uma caixa do material dourado (formato de um quadrado). Ao ser formalizada a ideia de um ângulo, ele também foi capaz de identificar utilizando partes do corpo bem como a bengala longa.

Carlos não apresentou muitas dificuldades em reproduzir a construção dos ângulos de 120º, 60º, 30º e 45º. Compreendeu a dedução da soma dos ângulos internos de um triângulo. Todavia, teve dificuldades em reproduzir satisfatoriamente a dedução apresentada.

Tendo em vista as definições de triângulos isósceles e triângulos retângulos e dos quadriláteros: losango, quadrado e retângulo, forneceu exemplos práticos dessas figuras, citando objetos e peças vivenciados nas atividades de OM Em relação à estas, quando reforçadas as atividades de se locomover paralelamente em relação a um referencial, de novo foi realizado o questionamento sobre retas paralelas. Para ele, uma reta é locomover-se para frente ou para trás, não dobrando para a direita ou para a esquerda.

Quando realizou as atividades de formar triângulos e quadrados com os varetas, não apresentou dificuldades. Forneceu com segurança as respostas de quantos varetas eram necessários para formar oito quadrados e depois dez. Outra vez, quando indagado sobre a definição de quadrado, não a forneceu de modo satisfatório, pois fez referência só aos lados iguais, esquecendo que tal característica também indica losango. No tocante ao identificar eixo de simetrias, após ser definido o que é “eixo de simetria”, o comportamento dele foi idêntico aos demais sujeitos observados. Inicialmente localiza os vértices e tenta uni-los, verificando, via tato, se uma única figura é formada.

Destaca-se que ele tem dificuldades em distinguir uma definição de um teorema. Para ele, tudo é resultado que pode ser vivenciado. Assim como os discentes anteriores, as respostas apresentadas nos outros testes podem ser observadas na tabela “E”. Deste modo, seguem-se análise de suas respostas.
Conhecimentos teóricos:

- Conhecimentos prévios das figuras geométricas são bons. Sabe distinguir as diferenças entre quadrados e retângulos, indicando as características que fazem de todo quadrado um retângulo. Idem entre retângulos e paralelogramos;
- Em relação ao eixo de simetria de determinada figura, sabe dizer o que é (um eixo de simetria), consegue identificar eixos de simetria em figuras não muito complexas, como retângulos, alguns quadriláteros. Em figuras como a cruz de David não conseguiu identificar satisfatoriamente;
- Diante da confecção de ângulos (30º, 45º, 60º, 90º e 120º), não apresentou dificuldades.
- Para ele, uma reta é locomover-se para frente ou para trás, não dobrando para a direita ou para a esquerda.

5.2.2.4. Análise das respostas de Débora:

Respostas pré-teste

1) São linhas infinitas que não mudam de sentido. Retas paralelas
2) Ângulo é a região compreendida pelo encontro de duas retas em um ponto, chamado vértice.
3) Acho que é distância. Já ouvi falar, mas não tenho certeza do que é.
4) 25; 49; porque é quadrado.
5) É uma figura geométrica que possui os quatro lados iguais e os quatro ângulos internos todos iguais a 90º.
6) São figuras com características em comum, tais como terem ângulos iguais e lados proporcionais.

Percebe-se que não compreende o que é simetria sendo satisfatórias as demais ideias.

Repostas teste-intermediário

1) A, B e D
2) Não. Ele pode ser um retângulo
3) Sim. Porque só é preciso lados opostos paralelos para ser paralelogramo.
4) Retângulo, paralelogramo e triângulo
5) Sim, pois $5^2 = 4^2 + 3^2$, sendo verificado o Teorema de Pitágoras.
6) Reta que divide uma figura ao meio.
7) A – retas que passam pelo meio, C – as diagonais. G não tem.
8) Quando possuem ângulos congruentes e lados correspondentes proporcionais. Sim

Percebe-se avanço nas compreensões de ideias. Em relação à simetria, embora tenha conceituado de maneira pouco satisfatória, já há indícios de que é capaz de caracterizar eixo de simetria de figuras, como ocorre na questão 07. Consegue identificar características de figuras planas, como pode ser constatada na questão 02. Tem noção do teorema de Pitágoras, pois o utiliza na questão 05.

Respostas pós-teste

1) Abertura entre o braço, o cotovelo e o antebraço. Ângulo entre dedos e ângulo entre coxa, joelho e perna.
2) Tenho ângulo de 90º quando viro para quaisquer lados. Quando faço movimento de meia-volta tenho 180º. Quando faço movimento de uma volta tenho 360º.
3) (manuseia cada peça, iniciando pelos vértices, depois pelo tamanho aproximado dos lados, comparando com medidas de partes do dedo e, por fim, analisa os ângulos colocando o ângulo observado da figura entre dedos. Identifica peças por letras) São equiláteros A e B porque têm lados e ângulos iguais. C é escaleno porque lados são distintos. D e E são triângulos retângulos porque possuem ângulo reto.
4) (identifica as peças por letras, em seguida, manuseia cada peça, iniciando pelos vértices, depois pelo tamanho aproximado dos lados, comparando com medidas de partes do dedo e, por fim, analisa os ângulos colocando o ângulo observado da figura entre dedos) São quadrados A e B porque têm lados e ângulos iguais. D e E são retângulos porque possuem ângulo reto e lados opostos iguais. E é trapézio porque lados são paralelos.

5) De um triângulo equilátero, cujos ângulos medem 60º, dobro ao meio para obter ângulo de 30º. O ângulo de 120º é externo ao ângulo de 60º. De um quadrado dobrado ao meio em sua diagonal tenho ângulo de 45º.
6) (manipulou um triângulo em cartolina) A, B e C é triângulo. Traço uma paralela ao lado BC em A. Formo os ângulos B e C. Juntos formam ângulo de 180º .
7) (manuseia cada peça, iniciando pelos vértices, depois pelo tamanho aproximado dos lados, comparando com medidas de partes do dedo e, por fim, analisa os ângulos colocando o ângulo observado da figura entre dedos). Não sei desse (da Cruz de David). Esse dobro no meio (referindo-se ao ponto médio de cada lado oposto de um quadrado). Esse dobro no meio também (manipulando um retângulo). Na pipa eu dobro no maior lado (fazendo referência à maior diagonal). No triângulo (equilátero) eu junto as pontas e dobro. Esse também dobro com as pontas juntas (trapézio isósceles).

Compreende ângulos utilizando movimentos em partes do corpo. Sabe caracterizar tipos de triângulos e quadriláteros. Consegue obter ângulos de 30º, 45º, 60º e 120º. Compreende eixo de simetria, embora não tenha identificado em todas as figuras. Deduz que a soma dos ângulos internos de um triângulo vale 180º.

Analisando:

Por estar cursando o segundo ano do ensino médio, praticamente Débora não teve dificuldades em realizar as tarefas propostas. Não obstante ter uma argumentação escrita clara e precisa. A novidade, para ela, foi a compreensão de eixo de simetria. Ela ficou satisfeita quando soube que podia aprender conceitos matemáticos através de atividades envolvendo o uso de partes do corpo, como no caso dos exercícios de alongamento utilizando bengala longa, bem como o uso da escrita Braille. Não foi necessário repetir mais de uma vez dado conceito.

Conhecimentos teóricos:

- Conhecimentos prévios das figuras geométricas são muito bons. Sabe distinguir as diferenças entre quadrados e retângulos, indicando as características que fazem de todo quadrado um retângulo. Idem entre retângulos e paralelogramos;

- Em relação ao eixo de simetria de determinada figura, sabe dizer o que é (um eixo de simetria), consegue identificar eixos de simetria em figuras apresentadas: retângulos, paralelogramos, "papagaio" e cruz de David;
- Diante da confecção de ângulos (30º, 45º, 60º, 90º e 120º), não apresentou dificuldades;
- Para ela, uma reta é o conjunto de sensações provocadas em linha reta, em um único sentido, sem virar para direita ou para esquerda.

5.2.2.5. Análise das respostas de Ester:

Respostas pré-teste

1) É como uma linha muito grande esticada. Retas que não se tocam.
2) Uma abertura entre retas. Não deu exemplo.
3) Não
4) 25. 49. Não.
5) Todos os lados têm o mesmo tamanho
6) Figuras que se parecem

Percebe-se que não compreende o que é simetria e não é satisfatória sua ideia sobre figuras semelhantes. Ressalta-se que só faz referência quanto aos lados na caracterização de um quadrado. Teve dificuldades em fornecer exemplo de ângulo utilizando partes do corpo.

Repostas teste-intermediário

1) A, B e D
2) Não. Pode ser retângulo
3) Sim, pois no paralelogramo não precisa que os ângulos (internos) sejam iguais.
4) Retângulo, paralelogramo e triângulo
5) Sim, porque têm (ângulo igual a) 90º
6) É quando uma figura fica dividida em duas partes iguais.
7) (Respondeu dobrando ao meio em relação ao lado maior) A tem o meio dos lados. (Dobrou no sentido da diagonal maior) C é diagonal. G não tem (realizou quatro tentativas)
8) Quando possuem ângulos iguais (congruentes). Sim

Nota-se avanço nas compreensões de ideias. Em relação à simetria, embora tenha conceituado de maneira pouco satisfatória, já há indícios de que é capaz de caracterizar eixo de simetria de figuras, como ocorre na questão 07. Consegue identificar algumas características de figuras planas, como pode ser constatada na questão 02.

Respostas pós-teste

1) Abertura entre o braço, o cotovelo e o antebraço.
2) Tenho 90º quando viro para um dos lados. Quando faço meia-volta tenho 180º. Realizo uma volta tenho 360º.
3) (manuseia cada peça, iniciando pelos vértices, depois pelo tamanho aproximado dos lados, comparando com medidas de partes do dedo e, por fim, analisa os ângulos colocando o ângulo observado da figura entre dedos. Agrupa as peças da menor para a maior e enumera cada uma) “1” é triângulo retângulo pois tem ângulo reto. “2” é triângulo escaleno pois os lados são todos diferentes. “3” é triângulo equilátero pois os lados são iguais. “4” é triângulo retângulo. “5” é triângulo equilátero.
4) (manipula cada peça, iniciando pelos vértices, depois pelo tamanho aproximado dos lados, comparando com medidas de partes do dedo e, por fim, analisa os ângulos colocando o ângulo observado da figura entre dedos. Agrupa as peças da menor para a maior e enumera cada uma). “1” é quadrado pois os lados são iguais. “2” é retângulo pois nem todos os lados são iguais. “3” é retângulo também. “4” é trapézio pois o maior lado é paralelo ao menor (lado). “5” é quadrado também.
5) Construo um triângulo equilátero para ter 60º. Dobrando o triângulo no meio tenho 30º. Construo um quadrado. Dobrando no meio tenho 45º. O 120º é o ângulo externo do 60º.
6) (não fez)
7) (manuseia cada peça, iniciando pelos vértices, depois pelo tamanho aproximado dos lados, comparando com medidas de partes do dedo e, por fim, analisa os ângulos colocando o ângulo observado da figura entre dedos. Enumera cada peça). Não sei “1” e “2” (Cruz de David e Pipa). “3” dobro no meio (referindo-se ao ponto médio de cada lado oposto de um

quadrado). “4” também dobro no meio (manipulando um retângulo). “5” junto as pontas e dobro (triângulo equilátero). “6” junto as pontas de cima e de baixo e dobro (trapézio isósceles).

Compreende ângulos utilizando movimentos em partes do corpo. Sabe caracterizar tipos de triângulos e quadriláteros. Consegue obter ângulos de 30º, 45º, 60º e 120º. Compreende eixo de simetria, embora não tenha identificado em todas as figuras. Ainda não sabe deduzir que a soma dos ângulos internos de um triângulo vale 180º.

Analisando:

Ester foi a que apresentou mais dificuldades na compreensão dos conceitos. Por exemplo, em relação à compreensão de ângulo, foi dito para Ester que os ângulos de internos de um triângulo tem como soma 180º. Justificou-se confeccionando um triângulo qualquer de E.V.A., sendo indicados os ângulos internos com fita crepe, e, cortando-o a partir de um ponto de dentro deste, de modo que fossem formadas três peças. Juntas, no tocante aos ângulos do triângulo inicial, Ester percebeu que era formado um ângulo de maia-volta (confeccionei tal triângulo junto com Ester, orientando no uso da régua e da tesoura, no momento de cortar o triângulo).

Relembrei que triângulo equilátero é o triângulo que possui os três lados iguais. Como exemplo, peguei a bengala longa de Ester e formei um triângulo equilátero. Solicitei que ela forma-se outros triângulos usando material concreto. Ela usou três canetas de mesmo tipo e três gravetos de mesmo tamanho, aproximadamente. Para tanto, usou o lado de uma parede para colocar uma das canetas e um dos gravetos como apoio.

Perguntei: o que você acha das medidas dos ângulos?

Ester respondeu que os ângulos eram pequenos no triângulo formado pelas canetas e eram grandes no triângulo formado pelos gravetos.

- Então quanto maior a figura maior é o ângulo, questionei-a?

- Sim, respondeu Ester.

Fiquei do lado direito de Ester, pedi permissão para segurar sua mão, e disse que ambos virássemos para o lado direito. Solicitei que Ester analisasse com a bengala o que estava perto dela.

Em seguida, voltando para a posição inicial com Ester, pedi que ela virasse sozinha para a direita e fizesse o mesmo movimento com a bengala.

- E aí? O espaço que você está mexendo com a bengala é o mesmo anterior? – perguntei.

- Podemos fazer de novo? – Indagou Ester.

Repetimos o procedimento e Ester afirmou que a região era a mesma.

Indaguei se os ângulos (internos), que estavam do lado esquerdo da parede, dos dois triângulos, eram iguais. Ela ficou reflexiva (franzia a testa).

- Vamos fazer dois triângulos de E.V.A. cujos lados sejam as medidas das canetas e dos gravetos. Sugeri.

Foi colocada uma folha de E.V.A. no canto da parede. Foram colocadas sobre a folha as canetas. Cada caneta era colada à folha de E.V.A. A figura abaixo mostra o triângulo formado. Ester percebeu, por manipulação, que os três ângulos internos eram iguais. Quando solicitada para fornecer a medida de cada um dos ângulos internos, Ester ficou calada.

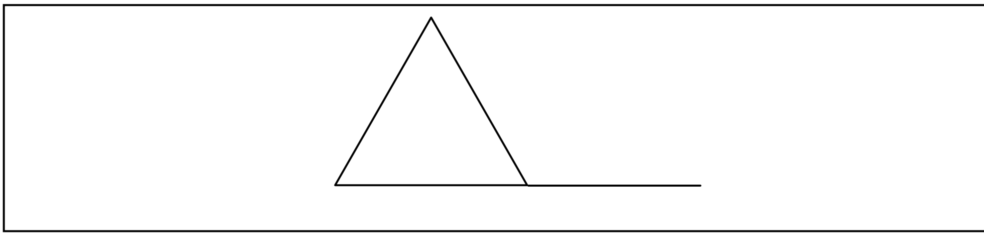


Figura 11 – entendendo ângulo de 120º.

Perguntei quanto era a soma dos três ângulos internos do primeiro triângulo de E.V.A. que havíamos feito. Ester não respondeu. Pedi que ela juntasse as peças no tocante aos ângulos internos do triângulo. Neste momento Ester disse que valia 180º.

Voltada a ser indagada sobre o valor de cada um dos três ângulos internos do triângulo equilátero formado, ela respondeu que valia 60º, pois se os três são iguais, cada um é 180º dividido por três.

Junto com Ester, quando solicitada ajuda, foi confeccionado o triângulo equilátero, cujos lados eram as medidas dos gravetos. Questionei se eram iguais os três ângulos internos do triângulo formado. Ester respondeu que sim e, antes que perguntasse sobre as medidas dos ângulos internos, Ester disse que cada ângulo valia 60º.

Pedi que Ester comparasse os dois triângulos. Ela colocou um ao lado do outro e disse que um (o de lado igual à medida dos gravetos) era maior do que o outro (o de lado igual à medida das canetas). Mas, quando colocou um em cima do outro, vértice coincidindo com vértice, ela sorriu e disse que eram iguais (os ângulos internos).

- Por que esta surpresa, Ester, se você disse que cada um dos ângulos internos de cada triângulo era igual a 60º? Indaguei.

- Tio, é porque um triângulo era maior que o outro... (falou Ester).

Pegando algumas peças de um tangram, dei três triângulos para ela e pedi que os observasse.

Ester disse que os três tinham tamanhos diferentes.

Solicitei que ela colocasse os três triângulos um em cima do outro, com um canto (vértice) que ela achasse que tinham o mesmo tamanho. Ela o fez e disse que eram iguais (no caso ela colocou o triângulo maior em baixo, o triângulo médio em cima desse, juntando os ângulos retos, e depois colocou o menor em cima do médio, no mesmo ângulo reto).

Perguntei o que ela estava percebendo. Ester respondeu que triângulos de tamanhos diferentes têm ângulos (internos) iguais.

Dei duas tampas de caixa de sapato, de tamanhos diferentes mas sendo uma semelhante à outra, para Ester e pedi que colocasse uma dentro da outra, de modo que ângulos (iguais) ficassem um em cima do outro (correspondendo). Ela o fez.

- Só triângulos de tamanhos diferentes, mas com alguma característica em comum podem ter ângulos (internos) iguais? Questionei.

- Não, respondeu Ester. As caixas de sapato também podem.

Forneci um pedaço do E.V.A. que foi utilizado na confecção de um dos triângulos equiláteros, e, colocando ao lado de um dos triângulos equiláteros, perguntei que tipo de ângulo estava sendo formado. Ester respondeu que era um ângulo de meia-volta.

Questionei quanto valeria o ângulo que estava fora do triângulo equilátero (externo). Respondeu que era 120º. O motivo, argumentou ela, era que juntos valiam 180º (ângulo de meia-volta). Sendo 60º o ângulo de dentro (interno), o de fora (externo) vale 180º menos 60º, que dá 120º. Recortei este ângulo de 120º e dei para Ester, de modo que ela, na postura inicial da OM, percebe-se a posição do braço.

Muito embora Batista (2005) argumente que não devemos comparar discentes cegos com outros discentes (cegos ou videntes), as dificuldades observadas em Ester em muito contribuíram para a confecção das tabelas que motivam o GEUmetria, conforme podem ser observadas no próximo capítulo. Com efeito, as intervenções quando realizadas mais de uma vez para mesma atividade eram modificadas em sua forma de argumentação e exemplificação.

Assim sendo, temos:

Conhecimentos teóricos:

- Conhecimentos prévios das figuras geométricas são bons. Sabe distinguir as diferenças entre quadrados e retângulos, indicando as características que fazem de todo quadrado um retângulo. Idem entre retângulos e paralelogramos;
- Em relação ao eixo de simetria de determinada figura, sabe dizer o que é (um eixo de simetria), consegue identificar eixos de simetria em figuras não muito complexas, como retângulos, alguns quadriláteros. Em figuras como a cruz de David não conseguiu identificar satisfatoriamente. Idem na figura “papagaio”;
- Diante da confecção de ângulos (30º, 45º, 60º, 90º e 120º), não apresentou dificuldades.
- Para ela, uma reta é locomover-se para frente ou para trás, não dobrando para a direita ou para a esquerda.

5.3. Efeitos das intervenções

Inicialmente, conforme observado no tópico “5.1” bem como no pré-teste, os sujeitos não sabiam identificar eixo de simetria. Caracterizavam figuras apenas analisando a quantidade de vértices. Observando as respostas dadas, com respectivas análises, as intervenções são consideradas satisfatórias. Com efeito, na primeira atividade, a qual trata do vocabulário, ocorre uma associação dos conceitos da OM com conceitos da geometria. Posição ereta ou vertical, por exemplo, faz correspondência com reta vertical (ou perpendicular ao piso – plano).

Em relação à segunda atividade, técnicas de alongamento, cada sujeito vivencia os conceitos abordados (como paralelismo e perpendicularismo de retas), tornando-os significativos. Na terceira atividade, ocorre a procura e identificação de figuras planas que fazem correspondência com o que cada sujeito interagiu na aula de OM para compor maquetes. Figuras que inicialmente eram apenas caracterizadas pelos vértices são agora caracterizadas em relação às medidas dos lados e dos ângulos.

A identificação de eixos de simetria em figuras planas, correspondente à quarta atividade, não foi completamente satisfatória, como no caso da Cruz de David. Por sua vez, é satisfatória a ideia formada pelos sujeitos, haja vista, inicialmente, não terem conhecimento de simetria. Destaca-se a forma de manuseio de papeis ou cartolinas pelos sujeitos, pois são mais ágeis que videntes[24].

Capítulo VI: Apresentação de um modelo para GEUmetria

Neste tópico pretendo traçar um paralelo envolvendo as respostas obtidas pelos discentes sujeitos de estudo em relação à forma de conceituar triângulos, quadriláteros e simetria. Gestos dos discentes, como franzir testa ou esfregar as mãos, são considerados fatores importantes para averiguar segurança na resposta apresentada por cada um dos discentes.

Forneço para sujeitos de estudo um resumo do que foi observado durante os encontros. Os dados para análise são retirados do capítulo anterior. Para nortear o que analisar, as tabelas “9” e “10” servem de base. A confecção de cada uma é retirada das tabelas sobre atividades envolvendo OM e relação com os níveis Van Hiele, não obstante, uso das propostas de atividades para método GEUmetria abaixo apresentadas (pós-teste).

O método proposto pode assim ser estruturado:

Na etapa inicial, o técnico em OM em conjunto com o professor de apoio pedagógico na área de Matemática e o discente cego introduzem um vocabulário específico. Posição *vertical* do aluno, *ângulo* que deve ser formado entre cotovelo, braço e antebraço, são algumas expressões que o aprendiz precisa estar familiarizado.

Há, neste interrogatório inicial, dois propósitos: (1) o docente ficar sabendo quais os conhecimentos prévios de cada aluno e (2) os estudantes ficam sabendo de seus limites, em relação aos conhecimentos matemáticos que possuem.

Em seguida, ocorre a orientação dirigida por parte dos professores, conforme os Van Hiele. Após atividades de OM é

[24] Se comparados com pessoas videntes que fizeram cursos de capacitação no Instituto dos Cegos, durante o ano de 2008, sendo trabalhadas atividades similares.

confeccionada maquete. Os alunos constroem as figuras geométricas vivenciadas, é claro, dentro do que é delimitado pelos docentes.

Com base nas experiências dos próprios aprendizes, a terceira fase é a explicação. Os discentes expressam seus conhecimentos em relação ao conteúdo. Se, por exemplo, está conceituando paralelogramos, o estudante indica as características deste quadrilátero expressando uma linguagem matemática (lados paralelos, ângulos internos, etc.)

Por fim, é deixado que cada discente indique as figuras de uma maquete, explicitando-as em uma linguagem formal. Os alunos fazem uma explanação geral do que aprenderam sobre cada figura.

Propostas de Atividades – GEUmetria[25]

1ª Parte (aplicada em ambientes internos, independentemente de atividades em locais externos ao Instituo dos Cegos/C.A.P.)

Observação inicial: Aluno(a) entende ângulo? Para ele(a) o que é uma reta? Com efeito, o linguajar utilizado pelo docente tem que estar coerente com o do discente.

1). O discente entende ângulos em partes do corpo?

( ) Sim → Vá para atividade (2).

( ) Não → Realizar novas atividades apresentando ângulos formados na bengala longa e em figuras planas. Apresentar ângulos em portas e janelas. Refazer pergunta em aula seguinte.

2). Identifica ângulos de 90º, 180º e 360º com movimentos no corpo?

( ) Sim → Vá para atividade (3).

( ) Não → Realizar novas atividades apresentando ângulos em questão formados na bengala longa e em figuras planas. Apresentar esses ângulos quando fornecer comandos de voz relativos a quarto – de – volta, volta e meia – volta. Refazer pergunta em aula seguinte.

3). Fornecer cinco triângulos: dois equiláteros de distintos tamanhos,

---

[25] Quando o aluno não responder satisfatoriamente os questionamentos, ao término da aula de OM realizar os procedimentos sugeridos. Refazer questionamentos em aulas seguintes.

dois triângulos retângulos de tamanhos diferentes e um triângulo escaleno. Consegue identificar cada um dos triângulos?

( ) Sim → Vá para atividade (4).

( ) Não → Reapresentar triângulos e identificar as características dos triângulos (quando é que o triângulo é retângulo, equilátero, etc.)

4). Fornecer cinco quadriláteros: dois quadrados de distintos tamanhos, dois retângulos de tamanhos diferentes e um trapézio. Consegue identificar cada um dos quadriláteros?

( ) Sim → Vá para atividade (5).

( ) Não → Reapresentar quadriláteros e identificar as características de cada um (quando é que é retângulo, trapézio, etc.)

5). Consegue descrever as formas de obtenção dos ângulos de 30º, 45º, 60º e 120º?

( ) Sim → Vá para atividade (6).

( ) Não → Fornecer triângulo equilátero (é importante observar se o discente sabe caracterizar triângulo equilátero). Argumentar que a soma dos ângulos internos é igual a 180º. Sendo iguais os ângulos internos, o aluno é capaz de argumentar que cada um dos ângulos vale 60º. Dobrar ao meio unindo vértices. Tem-se 30º. 120º é obtido a partir do ângulo externo ao triângulo equilátero. 45º é obtido dobrando-se ao meio um quadrado, unindo-se vértices opostos.

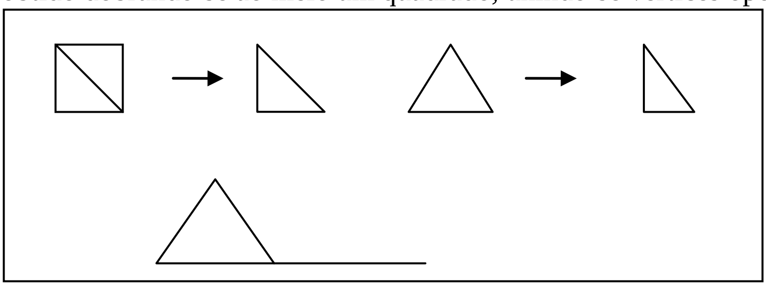


Figura: 12 – obter ângulos de 30º, 45º, e 120º.

6). Deduz que a soma dos ângulos internos de um triângulo é 180º?

( ) Sim → Vá para atividade (7)

( ) Não → Refazer a seguinte demonstração: dado um triângulo qualquer em EVA, identificar os ângulos internos (em Braille). Com auxilio de uma régua e um estilete, escolher um ponto em um dos lados e cortar em relação aos outros lados. Em seguida, unir as peças. Observar que é formado um ângulo de meia – volta (180º)[26].

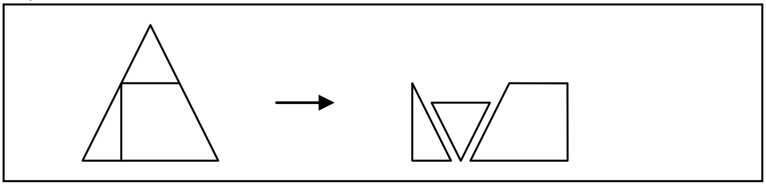


Figura 13 – soma dos ângulos internos de um triângulo

7). Identifica um ou mais eixo de simetria em:

7.1. Triângulo equilátero. ( ) Sim ( ) Não.
7.2. Quadrado. ( ) Sim ( ) Não.
7.3. Retângulo ( ) Sim ( ) Não.
7.4. Trapézio isósceles. ( ) Sim ( ) Não.
7.5. Pipa (ou papagaio) ( ) Sim ( ) Não.
7.6. Cruz de David. ( ) Sim ( ) Não.

Quando não conseguir → explicar o que é eixo de simetria, dando o exemplo no próprio corpo, como a reta que passa pelo nariz e pelo umbigo, estando o aluno em forma de cruz. Mesma distância entre orelha direita e reta e entre esta reta e orelha esquerda do discente, etc. Estando com papel ou EVA, analisar a possibilidade de unir vértices formando mesma figura, uma sobre a outra.

2ª Parte (aplicada em ambientes externos)

8). Ao locomover-se em determinada rua, o estudante consegue identificar as ruas paralelas e as ruas perpendiculares à rua onde se locomove?[27]

( ) Sim → Vá para as atividades (9) e (10), pois são independentes entre si.

( ) Não → rever conceitos de retas paralelas e retas perpendiculares.

9). Consegue estabelecer referenciais geométricos na locomoção? Quais?

---

[26] Figuras podem ser rotacionadas, ou viradas. Importante é que ângulos marcados fiquem juntos, formando ângulo de meia-volta.

[27] Analisar se ele entende o que é estar paralelo e estar perpendicular dentro de referencial. O nome das ruas, nesta atividade, não tem muita importância.

Por exemplo, ao locomover-se em uma praça, utilizando as bordas da mesma, identifica se ela tem formato de quadrilátero ou triângulo.

10). Considere a figura 10. Suponha que em determinado bairro aluno que se encontra na esquina das ruas Sta. Luzia e Atenção (Ponto A) queira chegar à esquina das ruas Fé e Esperança (ponto B). Qual o percurso mais curto, admitindo um quarteirão no formato de um retângulo?

- Seguir pela Rua Atenção e dobrar à direita na Rua Fé e seguir até a Rua Esperança.
- Seguir pela rua Sta. Luzia, dobrar à esquerda na rua Esperança e seguir em frente até a rua Fé.

( ) Acertou[28] → Vá para atividade (11).
( ) Errou → rever maquetes e o significado de uma figura ser retângulo.

11). A utilidade de conhecimento da simetria em figuras planas na OM está na tomada de decisões. Por exemplo, normalmente calçadas tem formato de retângulo. Um eixo de simetria de um retângulo é a reta que passa pelos pontos médios dos lados opostos, conforme figura 23.

Figura 14 – um eixo de simetria de um retângulo.

Nesta ilustração, se ele anda no meio da calçada, sabendo que a distância de onde está à parede é de dois passos, então a distância até o meio fio também é de dois passos. Desta feita, em locais onde são realizadas as aulas de OM o aluno identifica eixo de simetria de figuras geométricas, como as identificadas por ele na atividade (9)?

Das informações, têm-se as tabelas a seguir.

[28] A resposta certa é tanto faz. Com efeito, o quarteirão em questão é um retângulo.

Quadro “7” – sequência para compreensão do raciocínio matemático

Seq.	Questionamento	Resposta	Após quantas tentativas com intervenções conseguiu “sim”?
01	Compreende ângulos e fornece exemplos de modo satisfatório?	( ) Sim ( ) Não	
02	Sabe distinguir as diferenças entre quadrados e retângulos, indicando as características que fazem de todo quadrado um retângulo. Idem entre retângulos e paralelogramos?	( ) Sim ( ) Não	
03	Em relação ao eixo de simetria de determinada figura, sabe dizer o que é (um eixo de simetria), consegue identificar eixos de simetria em figuras não muito complexas, como retângulos, alguns quadriláteros e cruz de David?	( ) Sim ( ) Não	
04	Confecciona ângulos (30º, 45º, 60º, 90º e 120º), sem dificuldades?	( ) Sim ( ) Não	
05	Justifica que a soma dos ângulos internos de um triângulo vale 180º?	( ) Sim ( ) Não	
06	Compreende retas?	( ) Sim ( ) Não	
07	Entende o que são planos?	( ) Sim ( ) Não	

Fonte: pesquisa direta

Todavia, o raciocínio geométrico é analisado em atividades de *Orientação e Mobilidade*, assim é confeccionada a tabela “10”.

Quadro “8” – OM e Geometria

Seq.	Questionamento	Resposta, após quantas tentativas conseguiu SIM
01	Identifica ângulos no próprio corpo e ângulos formados com e pela bengala longa?	( ) Sim ( ) Não
02	“Forma” figuras na bengala e no próprio corpo, identificando as respectivas propriedades?	( ) Sim ( ) Não
03	Caracteriza bengala longa, pernas e braços como retas (segmentos de retas)?	( ) Sim ( ) Não
04	Relaciona bengala longa, partes do corpo e objetos fixos como pontos, retas e planos, pelo tamanho?	( ) Sim ( ) Não
05	Percebe que pontos, retas e planos já não dependem do tamanho, e sim de um referencial?	( ) Sim ( ) Não
06	Compreende ruas paralelas e ruas perpendiculares?	( ) Sim ( ) Não
07	Compreende interseção de retas e planos, entre retas e entre planos, bem como retas paralelas e perpendiculares, relacionando com atividades de OM – fazendo uso de objetos como referenciais para tais ideias?	( ) Sim ( ) Não

Fonte: pesquisa direta

O próximo capítulo trata das considerações finais desta pesquisa.

Capítulo VII: Considerações Finais *Ou* Um Passo Inicial Para Novas Pesquisas

O estudo aqui apresentado tem caráter exploratório, por conseguinte, as conclusões devem ser tratadas como conjecturas e sugestões para inspirar futuros trabalhos. Nessa pesquisa analiso os diálogos, as respostas escritas e os gestos dos discentes durante a ação instrucional. As atividades e intervenções têm como foco criar condições para emergir um campo simbólico, no qual a interação entre pesquisador e sujeitos de estudo permita a produção de novos significados. Dentro do quadro teórico utilizado, o campo simbólico caracteriza a zona de desenvolvimento proximal.

A investigação centra-se no campo da Geometria Plana, por ocasião da relação entre esse campo do saber matemático e a

Orientação e Mobilidade, a qual faz parte do contexto social da pessoa com deficiência visual. Os conceitos de triângulos, quadriláteros e simetria são apresentados de maneira espontânea durante as aulas de OM por ocasião da confecção de maquetes. Apresento o conceito de modo formal, caracterizando-o como um conceito científico.

O objetivo principal da pesquisa que deu origem a esse trabalho é mostrar que conceitos matemáticos de triângulos, quadriláteros e simetria, de fáceis percepções visuais no caso dos videntes, são acessíveis a indivíduos cegos de nascença, sem nenhuma outra deficiência conjunta, viabilizado por sistemas mediadores adequados (OM e diálogos), respeitando limites e valorizando as potencialidades de cada indivíduo sujeito do estudo.

A ação gestual dos sujeitos foi especialmente importante para nossas análises, considerando-se as necessidades especiais dos sujeitos envolvidos. A partir delas foi possível analisar as estratégias empregadas, que muitas vezes ficavam implícitas nos testes escritos.

Uma linha reta para um cego é a memória de uma seqüência de sensações do tato, dispostas na direção de uma linha esticada, ou de um objeto como a bengala longa, ou do lado de uma figura, sem dobrar para a direita ou para a esquerda. É uma conclusão observada nesta tese.

O método é estruturado em quatro atividades principais. A primeira atividade trata do vocabulário geométrico, sendo associados os conceitos da OM com conceitos da geometria. A segunda atividade consiste em vivências da primeira, a partir de técnicas de alongamento adaptadas para OM, tornando-os significativos. A terceira atividade é a identificação de figuras planas que fazem correspondência com o que cada sujeito interage na aula de OM para compor maquetes. A quarta atividade é a identificação de eixos de simetria em figuras planas, que são vivenciadas em aulas de OM.

O método, proposto conforme capítulo anterior, funciona, pois é trabalhado a partir do contexto social do discente cego.

Neste sentido, do contexto social, e conforme o posicionamento de Vygotsky (2001) citado anteriormente, o GEUmetria, que é complementar às atividades apresentadas nas escolas regulares, é um método o qual estimula a compreensão do conceito. O sujeito, com deficiência visual, o utiliza porque o vivencia. É claro que vivenciar não significa utilizar, pois pessoa com deficiência visual podem usar a OM sem se preocupar com os conceitos matemáticos nela inseridos (como ângulo de 120º entre o braço, o cotovelo e o antebraço).

Como pesquisas futuras, proponho investigar a forma de compreensão pelos discentes sem acuidade visual de conceitos associados à Trigonometria e a Estatística.

REFERÊNCIAS

ABBELLÁN, R. M. e Colab. **Discapacidad visual***:* desenrollo, comunicación e intervención. Madri: Grupo Editorial Universitario, 2005.

ARGYROPOULOS, V. **Tactual shape perception in relation to the understanding of geometrical concepts by blind students** acessado em 13 de março de 2008 http://jvi.sagepub.com/cgi/content/abstract/20/1/7.

ARTMANN, Benno. **Euclid – the creation of mathematics.** New York: Springer-Verlag, 1999.

BARBIER, R. **A pesquisa-ação**. Brasília: Líber livro, 2002

BARBOSA, M. O Estudo da Geometria. In: **Revista do Instituto Benjamin Constant**, N° 23, p. 14 – 22, Rio de Janeiro: Agosto de 2003.

BARBOSA, Márcia et al**.** O ensino de simetria para deficientes visuais. In: **Anais do IX Encontro Nacional de Educação Matemática.** Belo Horizonte: SBEM, 2007.

BATISTA, Cecilia G**.** Formação de Conceitos em Crianças Cegas: Questões Teóricas e Implicações Educacionais. In: **Psicologia: Teoria e Pesquisa**, Vol. 21 n. 1, pp. 007- 015, Jan - Abr/2005.

BICUDO, Maria A. V. (org.) **Pesquisa em educação matemática***:* concepções e perspectivas. São Paulo: UNESP, 1999.

BRANDÃO, Jorge C**.** Geumetria = Eu + Geometria. In: **Revista Benjamin Constant**, N° 28, pg. 16 – 21, Rio de Janeiro: Agosto de 2004.

_______ Matemática e deficiência visual. São Paulo: Scortecci, 2006.

_______ Computador de papel, tai chi chuan e orientação e mobilidade. In: Casa do Novo Autor: **Com a palavra os professores:** uma visão do profissional da educação. São Paulo: Casa do novo autor editora, 2007, p 114 – 119.

______ Desenho Geométrico e Deficiência Visual. In: **Revista Benjamin Constant**, N° 39, pg. 20 – 27, Rio de Janeiro: Abril de 2008.

______ **Adaptações na matemática escolar.** São Paulo: Scortecci, 2009.

_____ A matemática por trás da orientação e mobilidade. In: **Revista Benjamin Constant**, N° 41, pg. 20 – 27, Rio de Janeiro: Abril de 2009.

BRASIL**. Parâmetros Curriculares Nacionais**. Temas Transversais. Brasília: MEC/SEF, 1998.

_______ **Programa Nacional de apoio à educação de pessoas com deficiência visual***:* Orientação e Mobilidade – Projeto Ir e Vir. Brasília: MEC/SEE, 2002.

_______ **Orientação e Mobilidade**: Conhecimentos básicos para a inclusão do deficiente visual/Elaboração Edileine Vieira Machado... [et al.] - Brasília: MEC, SEESP, 2003. 167 p.

BUSKE, Neirelise e MURARI, Claudemir. Origami modular na construção de poliedros para o ensino de geometria. In**: Anais do IX Encontro Nacional de Educação Matemática.** Belo Horizonte: SBEM, 2007.

CARRAHER, Terezinha. **O método clínico:** usando exames de Piaget. 4ª.ed. São Paulo: Cortez, 1994.

CARRAHER, Terezinha; CARRAHER, David & SCHLIEMANN, Analúcia. **Na vida dez, na escola zero.** São Paulo: Cortez, 1988.

COURANT, Richard & ROBBINS, Herbert. **O que é matemática? -** Uma abordagem elementar de métodos e conceitos. Rio de Janeiro: Editora Ciência Moderna, 2000.

CROWLEY, Mary L. O modelo Van Hiele de desenvolvimento do pensamento geométrico. In: LINDQUIST, Mary M. e SHULTE, Albert P**. Aprendendo e ensinando geometria.** São Paulo: Atual editora, 1999. p. 01-20.

DOLCE, Osvaldo & POMPEO, José. **Fundamentos de Matemática Elementar, 9:** geometria plana. 7.ed. São Paulo: Atual, 1993.

DIDEROT. **Carta aos cegos destinada aos que veem**. Coleção Passagens. São Paulo: Editora Veja, 2007

DEL VAL, Juan. **Introdução a prática do método clínico:** descobrindo o pensamento das crianças. Porto Alegre: Artmed, 2002, 267p.

EVES, Howard. **Tópicos de história da matemática:** para uso em sala de aula – geometria; trad. Hygino H. Domingues – São Paulo: Atual, 1992.

FAINGHELERNT, Estela. **Educação matemática**: Representação e construção em geometria. Porto Alegre: Artmed, 1999.

FERNANDES, Solange H. A. A. **Uma análise vygotskiana da apropriação do conceito de simetria por aprendizes sem acuidade visual**. São Paulo: PUC, 2004. (Dissertação de mestrado).

FERNANDES, Solange e HEALY, Lulu Evolução dos significados atribuídos à simetria e reflexão por aprendizes sem acuidade visual. In. **Anais do Encontro Paulista de Educação Matemática**, 2006

FLAVELL, J. H.; MILLER, P. H. e MILLER, S. A. **Desenvolvimento Cognitivo**. Trad. Cláudia Dornelles – 3 ed. – Porto Alegre: editora Artmed, 1999.

FYHN, Anne B. **Angles as tool for grasping space. Teaching of angles based on students' experiences with physical activities and body movement**. Tromso, Noruega: University of Tromso (Tese de pós-doutoramento), acessado em 13 de março de 2008: http://www.ub.uit.no/munin/handle/10037/994.

GARCIA, N. **Programas de Orientação e Mobilidade no processo de educação da criança portadora de cegueira**. Tese de doutorado, FEUSP/SP, 2001

GÂNDARA, Mari**. A expressão corporal do deficiente visual**. Campinas – SP: MEC, 1994.

LEWIS, M. **Alterando o destino***:* Por que o passado não prediz o futuro. Campinas: EdUnicamp & Moderna, 2003.

LIMA, Maria S. C. e SILVA, Silvina P**. O estágio docente numa perspectiva interdisciplinar**. Fortaleza: UECE, 2004.

MACHADO, Nilson J. **Matemática e língua materna:** análise de uma impregnação mútua. São Paulo: Cortez, 1990.

MONTENEGRO, Gildo. **Inteligência visual e 3-D:** compreendendo conceitos básicos da geometria espacial. São Paulo: Edgard Blucher, 2005.

NASSER, Lílian e SANT' ANNA, Neide P. **Geometria segundo a teoria de van Hiele.** 4ed. Rio de Janeiro: UFRJ/IM, Projeto Fundão, 2004.

NASSER, Lílian e TINOCO, Lucia. **Curso básico de geometria –** enfoque didático. 3ed. Rio de Janeiro: UFRN/IM, Projeto Fundão, 2006.

OCHAÍTA, E.; ESPINOSA, M. A. Desenvolvimento e intervenção educativa nas crianças cegas ou deficientes visuais. In: Coll, C.; Marchesi, A.; Palacios, J. **Desenvolvimento psicológico e educação**: transtornos de desenvolvimento e necessidades educativas especiais. (2ª ed., vol. 3). Porto Alegre: Artmed, 2004.

PAVANELLO, Regina e FRANCO, Valdeni. A construção do conhecimento geométrico no ensino fundamental: análise de um episódio de ensino. In: **Anais do IX Encontro Nacional de Educação Matemática**. Belo Horizonte: SBEM, 2007.

QUARTIERI, Marli e REHFELDT, Márcia. Investigando conceitos no ensino de geometria. In: **Anais do IX Encontro Nacional de Educação Matemática**. Belo Horizonte: SBEM, 2007.

SAXE, Geoffrey. Studying cognitive development in sociocultural context: the development of a practice-basead approach. In: JESSOR, Richard, COLBY, Anne and SHWEDER. **Ethnography and human development.** Chicago: University of Chicago, 1996, p. 275-305

SANTOS, Marilene. Teoria de van Hiele: uma alternativa para o ensino da geometria no 2ºciclo. In**: Anais do IX Encontro Nacional de Educação Matemática.** Belo Horizonte: SBEM, 2007.

SAUERBERGER, Dona. O&M living history: where did our O&M techniques come from? **Metropolitan Washington O&M Association**, May 1996.

SOUZA, Carolina Molina Lucenti de; Batista, Cecilia Guarnieri. Interação entre crianças com necessidades especiais em contexto lúdico: possibilidades de desenvolvimento. **Psicologia. Reflexão e Crítica**, v. 21, p. 383-391, 2008.

VIEIRA, Silvio e SILVA, Francisco. Flexibilizando a geometria na educação inclusiva dos deficientes visuais: uma proposta de atividades. In**: Anais do IX Encontro Nacional de Educação Matemática**. Belo Horizonte: SBEM, 2007**.**

VAN HIELE, P.M. **Structure and Insight**: A Theory of Mathematics Education. Academic Press, 1986.

VYGOTSKY, L. S**. A formação social da mente**. São Paulo: Martins Fontes, 1988.

_______ . A construção do p**ensamento e linguagem**. 3.ed. São Paulo: M. Fontes, 2001.

WEISHALN, R. **Orientation and mobility in the blind children**. New York: Englewood Cliffs, 1990

APÊNDICE

Técnicas de O.M. adaptadas

O objetivo deste apêndice é apresentar as técnicas de alongamento adaptadas para as aulas de OM.

Técnica I:

✓ (Posição inicial) Colocar o aluno de costas a uma parede (enquadramento), dando quatro passos à frente, solicitar que o mesmo afaste os pés de modo que a abertura – distância entre as pontas (dedos maiores) dos pés – seja aproximadamente a mesma distância entre os ombros.

<u>Observação</u>: ter uma noção do seu próprio corpo é uma das primeiras exigências da Orientação e Mobilidade[29].

✓ Fazer movimentos, com os quadris, para a direita e para a esquerda, com os braços soltos, inspirando na ida e expirando na volta de cada movimento. Repetir 12 vezes para cada lado.

<u>Observação:</u> os pés devem estar fixos no chão.

Técnica II:

✓ Estando na *posição inicial*, pedir que o aluno dobre um pouco os joelhos de modo que não ultrapasse a linha dos dedos dos pés.

<u>Observação:</u> coloque a bengala (ou cabo de vassoura) na posição vertical tocando na frente dos dedos para verificar se o joelho está passando os dedos maiores dos pés.

✓ Colocar a bola na frente do(a) aluno(a) de modo que este(a) a pegue, com o cuidado de os joelhos não ultrapassarem a linha dos pés.

✓ Inspirar para levantar a bola (até onde der) e expirar para colocar a bola no chão. Repetir 12 vezes tal movimento.

Técnica III:

✓ Voltando para a *posição inicial*, pedir que o(a) estudante segure a bengala com as duas mãos, inspirando ao aproximar a bengala e expirando ao afastá-la. Repetir, lentamente, 12 vezes.

Técnica IV: (fortalecimento dos músculos abdominais e glúteos)

---

[29] Caso o(a) aluno(a) tenha dificuldades em medir tais distâncias, podem ser utilizados um cabo de vassoura e um barbante. Com o cabo de vassoura ele mede a distância entre os ombros e com o barbante faz um laço no cabo para identificar tal medida, a qual será utilizada na distância entre os pés.

- ✓ Em posição deitada com joelhos flexionados, expirando, contrair o abdome e glúteos, fazendo com que encoste ao máximo a região lombar à superfície plana. Repetir 12 vezes.

Técnica V: (alongamento)

- ✓ Deitado, em posição de relaxamento, inspirando, levar os braços sobre a cabeça e suspender os pés, procurando o máximo alongamento e a máxima aderência à superfície plana (procure manter esta posição entre 5 e 10 segundos).

2ª. PARTE
ADAPTANDO ALGUMAS ATIVIDADES

Certa vez ao contar a história do “patinho feio” para um grupo de crianças, uma delas ficou admirada: “como um cisne (o patinho feio) nasce de uma pata?” e não parou por aí: “o lobo mau da chapeuzinho vermelho é o mesmo dos três porquinhos?”. Se até as historinhas precisam ser modificadas, o que dizer da forma de ensinar...

Desta feita, durante muito tempo confundiu-se “ensinar” com “transmitir” e, nesse contexto, o aluno era um agente passivo da aprendizagem e o professor um simples transmissor nem sempre presente nas necessidades dos alunos. Acreditava-se que se aprendia pela repetição e que os alunos que não aprendiam eram os responsáveis por essa deficiência e, portanto mereciam o castigo da reprovação (POLYA, 1988).

Os educadores muitas vezes se perdem e não conseguem mais atrair a atenção de seus alunos e motivá-los. Se o educando mudou, o educador deve mudar também. A ideia de um ensino despertado pelo interesse do aluno acabou transformando o sentido do que se entende por material pedagógico e cada estudante, independentemente de sua idade, passou a ser um desafio à competência do professor.

Este capítulo visa apresentar algumas atividades estimulantes, úteis para discentes com e sem deficiência visual.

1. Jogos Matemáticos

É no contexto de motivar os educandos que o jogo ganha um espaço como ferramenta ideal para a aprendizagem, na medida em que se propõe estímulo ao interesse do aluno. O jogo irá ajudá-lo a construir suas novas descobertas, desenvolver e enriquecer sua personalidade, além de ser, para o professor, um instrumento pedagógico que o leva à condição de condutor, estimulador e avaliador de uma aprendizagem realmente significativa para seu aluno (BICUDO, 1999).

O TANGRAN (de 7 peças)

Criado na China há milhares de anos, esse jogo ultrapassa os limites de um quebra-cabeça tradicional, pois enquanto nos comuns o jogador inúmeras vezes a mesma figura, no tangran são inúmeras as figuras a serem construídas. Cerca de 1700 entre animais, plantas, figuras humanas, objetos, números e figuras geométricas.

Nas aulas de matemática, o Tangran constitui-se um rico material de apoio ao trabalho de alguns conteúdos específicos do currículo, tais como frações, áreas e polígonos, bem como no desenvolvimento de habilidades do pensamento como ver, trocar, desenhar, escrever sobre, interpretar esquemas, fazer, modificar, criar objetos e formas, imaginar, etc.

As regras desse jogo consistem em usar as sete peças (cinco triângulos, um quadrado e um paralelogramo) em qualquer montagem, colocando-as lado a lado sem sobreposição, ou pelo menos encontradas pelo vértice. Partindo dessa construção e da criatividade mergulha-se no encantador mundo do conhecimento. Enfim, a magia milenar do Tangran é um exercício de geometria e imaginação...

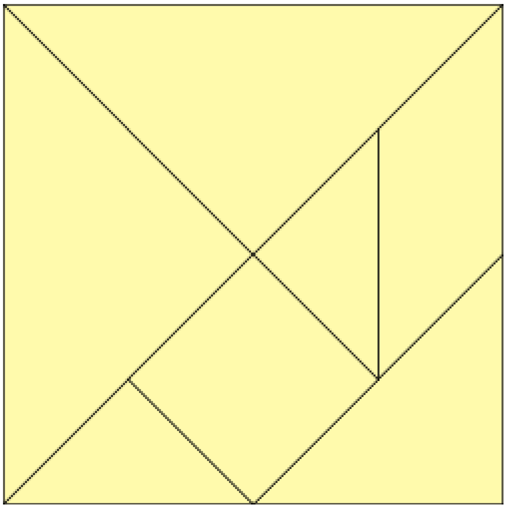


Figura 01 – tangran de sete peças

ATIVIDADES

1. Silhuetas

Monte silhuetas (figuras) usando as sete peças do tangran. Que figuras você formou? Forme outras figuras

2. Construindo polígonos

i. Identifique cada um dos sete polígonos que formam o Tangran.

ii. Com o seu tangran forme um quadrado usando: (1) duas peças; (2) três peças; (3) quatro peças (compare sua solução com a de seus colegas. Todos usaram as mesmas peças?); (4) cinco peças; (5) sete peças.

iii. Construa um triângulo com: (1) duas peças; (2) três peças; (3) quatro peças (compare com seus colegas); (4) cinco peças; (5) Sete peças.
iv. Com relação ao trapézio, com quantas peças é possível construí-lo?
v. Construa um hexágono com sete peças

3. Trabalhando frações e áreas

Em uma folha de papel desenhe o tangran construído (ou usar material concreto) e, tomando como base o triângulo menor, sobreponha-o às outras peças e responda:

a) Quantos triângulos pequenos cabem em um triângulo grande?
b) Quantos triângulos pequenos cabem em um médio?
c) Quantos triângulos pequenos cabem em um paralelogramo?
d) Quantos triângulos pequenos cabem em um quadrado?

<u>2. JOGANDO COM PALITOS (Relato de experimento com discentes cegos)</u>

Utilizamos varetas do material dourado e uma mesa com bordas grossas, de modo que facilitasse o uso das peças.

1). Formar quadrados com palitos...

Inicialmente confeccionamos alguns quadrados e fomos fazendo observações:

- Com <u>um</u> palito em cada lado são necessários <u>quatro</u> palitos para formar um quadrado;
- Com <u>dois</u> palitos em cada lado são necessários <u>oito</u> palitos para formar um quadrado;

Foi solicitado que o aluno fizesse quadrados com lados três palitos e depois com lados de medida quatro palitos. O aluno observou que:

- Com três palitos em cada lado são necessários doze palitos para formar um quadrado;
- Com quatro palitos em cada lado são necessários dezesseis palitos para formar um quadrado;

Com base no que ele estava formando, solicitamos que dissesse quantos palitos seriam necessários para confeccionar um quadrado com lado cinco, ele respondeu, rapidamente, que seriam necessários vinte palitos.

Em seguida, mesma pergunta anterior, caso os lados tivessem como medida seis palitos. Rapidamente respondeu vinte e quatro.

Evitando uma seqüência aditiva, perguntamos caso o quadrado tivesse lado oito palitos, quantos palitos seriam necessários. Cerca de dez segundos, ele respondeu quarenta.

Indagamos como ele estava realizando tais contas e respondeu que, “como o quadrado tem os quatro lados iguais, então multiplico por quatro a quantidade de palitos que eu quero colocar nos lados”.

2). Formar triângulos equiláteros com palitos...

Assim como na atividade de confecção de quadrados, fizemos as duas primeiras construções, com lado um e depois com lado dois palitos. Todavia, desta vez não fizemos observações iniciais.

Foi solicitada a construção de um triângulo equilátero de lado três palitos, depois de lado quatro palitos. Em seguida, fazendo só contas de cabeça, triângulos do mesmo tipo com lados... cinco, sete e dez palitos.

Respondeu: “como o triângulo equilátero tem os três lados iguais, então multiplico por três a quantidade de palitos que eu quero colocar nos lados”.

3). Formar fileira de quadrados com palitos...

Fizemos um quadrado com um palito de lado. Em seguida, acrescentamos mais três palitos para formar um segundo quadrado. Solicitamos que o aluno X fizesse o mesmo...

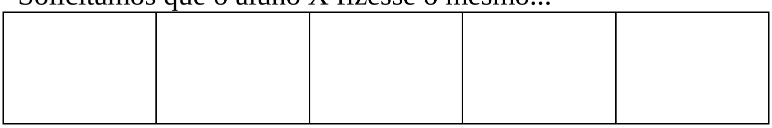


Figura 02 – fileira de quadrados

Pedimos que ele dissesse quantos palitos foram utilizados para compor a fileira com três quadrados, depois com quatro e depois com cinco. Ele contou e respondeu, respectivamente, 10, 13 e 16 palitos.

Solicitamos que fornecesse a quantidade de palitos para formar seis, sete e dez quadrados. Para os dois primeiros não demorou em responder: 19 e 22. Mas, para dez quadrados enfileirados, não soube responder.

Indagamos como havia encontrado os valores 19 e 22. Segundo ele "basta somar três palitos, pois estou colocando três palitos".

Solicitamos que desconstruísse a figura e refizesse observando outra maneira de formar a figura. Desta vez ele conseguiu responder a quantidade de palitos para formar dez quadrados enfileirados, para tanto, foi fazendo contas com os dedos e dizendo em voz baixa com quantos quadrados ele estava:

- Com cinco quadrados eu tenho 16 palitos;
- Com seis quadrados, eu tenho 16 mais três que dá 19;
- Para sete quadrados... 19 mais três dá 22;
- Para ter oito quadrados... 22 mais três que dá 25;
- 25 mais três dá 28, e eu fico com nove quadrados;
- 31 palitos é a resposta, pois é 28 mais três.

Fizemos uma intervenção... segurando nas mãos dele separamos o primeiro quadrado como sendo um palito mais três palitos. Para o segundo quadrado, colocávamos mais três palitos, assim, para formar o segundo quadrado nós precisávamos de um palito mais dois grupos de três palitos.

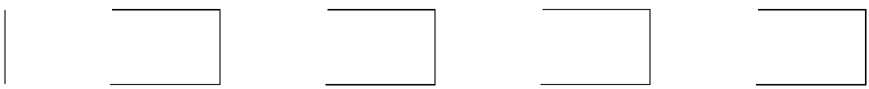


Figura 03 – construção da fileira de quadrados

Para o terceiro quadrado, seriam necessários três grupos de três palitos e um palito que se encontrava no canto da mesa. Perguntamos se ele estava entendendo o que estávamos fazendo. Ele respondeu que sim.

Por sua vez, quando solicitado para dizer como seria a construção para o próximo quadrado, ele ficou calado.

Neste exemplo, a ideia prática é escrever o número de palitos, y, como sendo a expressão y = 1 + 3n, onde n é o número de quadrados.

3. Jogo da velha diferente.

Por qual motivo? Porque uma das grandes dificuldades iniciais da Orientação e Mobilidade é a lateralidade dos estudantes. Falta de concentração também. Este pode ser um jogo vendando discentes não cegos.

Deste modo considerando um quadrado de lado 3L, tendo inserido nove pequenos quadrados de lado L, dispostos em três linhas e em três colunas, como se fosse o tabuleiro do *jogo da velha*.

Quanto valia L e como foi feito tal quadrado?

O quadrado foi feito com cordas, inicialmente colocadas no chão para serem rastreadas pelo estudante. O valor de L foi de quatro vezes o tamanho do pé do estudante (sendo aumentada à medida que João tomou conhecimento do quadrado).

Como foram as instruções?

Colocando o aluno em uma casa qualquer, solicitou-se que ele fosse: para frente, para trás, para a direita, para a esquerda, diagonal (ou quarenta e cinco graus) para a direita ou para a esquerda.

A seguir, foi dada uma nomenclatura para as casas:

Casa 01	Casa 02	Casa 03
Casa 04	Casa 05	Casa 06
Casa 07	Casa 08	Casa 09

Solicitou-se que o aluno, ao localizar e identificar tais objetos, fossem colocados em uma casa determinada.

Os procedimentos que João realizava eram ditos em voz alta, a pedido do pesquisador: “*sai da casa 01 e virei à direita. Estou na casa 02 e localizei um carro*” (Palavras do aluno).

4. Segredo das Matrizes

Considere a matriz quadrada[30] (dada em forma de tabela)

2	4	5	6
4	6	7	8
5	7	8	9
12	14	15	16

Escolha um número qualquer. Digamos o sete. Qual? O da terceira linha e segunda coluna.

Vamos anotar de lado este número e excluir a linha e a coluna correspondente (podem ser cobertas com tiras de papel, no caso de discentes cegos, eles podem colocar uma linha por cima).

2		5	6
4		7	8
12		15	16

Agora, escolha outro número. Considere o número oito que está na segunda linha e quarta coluna. Repetir procedimento de excluir a linha e a coluna onde o dito número se encontrava.

2		5	
12		15	

Temos agora quatro números. Vamos escolher o 15. Como ele se encontra na quarta linha e terceira coluna, vamos excluí-las.

2			

Sobrou o número dois, que é escolhido por falta de opções.

[30] Matriz quadrada é a que tem o mesmo número de linhas e de colunas.

Quais foram os números selecionados? Foram 7, 8, 15 e 2, cuja soma é 32.

E o que há de interessante nisto? O interessante é que, independente da escolha feita, a soma será SEMPRE 32. Verifique!

E qual é o segredo?

Independentemente do tamanho da tabela, que tem que ser uma matriz quadrada, você escolhe números aleatoriamente, colocando fora da tabela, mas preservando sua posição (linha e coluna). Os elementos da tabela são obtidos pela soma dos elementos das linhas e colunas (de fora).

Neste exemplo, 2, 4, 5 e 6 ficaram para formar as colunas e 0, 2, 3 e 10 para formar as linhas, nesta ordem.

Em outras palavras, se a tabela que queremos formar é 4 x 4, imaginamos uma 5 x 5

Observe:

	2	4	5	6
0	*0 + 2 = 2*	*0 + 4 = 4*	*0 + 5 = 5*	*0 + 6 = 6*
2	*2 + 2 = 4*	*2 + 4 = 6*	*2 + 5 = 7*	*2 + 6 = 8*
3	*3 + 2 = 5*	*3 + 4 = 7*	*3 + 5 = 8*	*3 + 6 = 9*
10	*10 + 2 = 12*	*10 + 4 = 14*	*10 + 5 = 15*	*10 + 6 = 16*

Outro exemplo: Suponha que um(a) amigo(a) seu vá fazer aniversário. Considere que ele(a) esteja comemorando seu 27º aniversário.

Vamos fazer uma tabela 3 x 3. Para tanto, devemos imaginar <u>seis</u> números cuja soma seja 27. Um exemplo é: 3 + 5 + 6 + 8 + 4 + 1 (obs.: a quantidade de números é 2n, sendo n a ordem – número de linhas ou colunas – da matriz).

Como queremos uma tabela 3 x 3, vamos construir uma “geratriz” de 4 x 4. Os números escolhidos são distribuídos aleatoriamente. Repare que não colocamos nenhum número na primeira linha e primeira coluna.

	3	5	6
8	*8 + 3 = 11*	*8 + 5 = 13*	*8 + 6 = 14*
4	*4 + 3 = 7*	*4 + 5 = 9*	*4 + 6 = 10*
1	*1 + 3 = 4*	*1 + 5 = 6*	*1 + 6 = 7*

Assim, a tabela que deve ser apresentada é:

11	13	14
7	9	10
4	6	7

Vamos testar que a soma é 27?

Inicialmente vamos escolher o número quatro. Onde ele está? Está na terceira linha e primeira coluna. Vamos excluí-las:

	13	14
	9	10

Agora, vamos escolher o número nove. Ele está na segunda linha e segunda coluna.

		14

Sobrou o 14.

Qual é a soma dos escolhidos? A soma é 4 + 9 + 14 = 27.

Segredo das matrizes II

As tabelas, ou matrizes, que serão apresentadas, indicam um jogo. Antes, vale ressaltar que todo e qualquer número natural pode ser decomposto como somas de potências do número 2.

1. Lembremos que:

$1 = 2^0$;
$2 = 2^1$;
$4 = 2^2$;
$8 = 2^3$;
$16 = 2^4$.

E, generalizando, $2^n = 2 \times 2 \times ... \times 2$ (produto do 2 por ele mesmo n-vezes, sendo n um número natural).

2. Assim, para escrever um número natural qualquer como soma de potências de base 2, basta inicialmente observar qual a potência mais próxima do número, sendo menor que este. Acompanhe os exemplos:
   a. Número 9, como 9 > 8, vamos retirar este número. Assim, 9 – 8 = 1. Sendo $1 = 2^0$, segue-se que 9 = 1 + 8 ($2^0 + 2^3$).
   b. Número 23. Temos que $2^5 = 32 > 23$. Como $2^4 = 16 < 23$, fazemos a diferença entre 23 e 16. 23 – 16 = 7. Agora, temos o número 7. Percebemos que 7 < 8 (= 2^3), e que 7 > 4 (= 2^2). Daí, fazendo a diferença, 7 – 4 = 3. Notemos que 3 > 2 (= 2^1). Realizamos a diferença entre 3 e 2, 3 – 2 = 1. Assim, 23 = 16 + 4 + 2 + 1 (soma dos números retirados).

Exemplos gerais:

a) 81 $\Rightarrow$ 81 – 64 = 17 $\Rightarrow$ 17 – 16 = 1
$\Rightarrow$ 81 = *64 + 16 + 1.*

b) 62 $\Rightarrow$ 62 – 32 = 30 $\Rightarrow$ 30 – 16 = 14
$\Rightarrow$ 14 – 8 = 6 $\Rightarrow$ 6 – 4 = 2
$\Rightarrow$ 62 = *32 + 16 + 8 + 4 + 2*

.

Como podemos “explorar” matematicamente o segredo das matrizes II?

- Potências de base dois. Você, caro leitor ou prezada leitora, pode dar uma folha de papel para uma criança (ou pessoa) e pedir que dobre a folha ao meio. Vale lembrar que dobrar é igual a multiplicar. Realizando três dobras, por exemplo, teremos 2 x 2 x 2 = 8 retângulos.

Continue seguindo a “lei de formação”. Para a terceira dobra, deixe o papel dobrado no tamanho do menor retângulo e dobre-o ao meio. Abrir e contar para verificar que existem oito retângulos. Observe que a área de cada retângulo pequeno é igual a área do papel (retângulo grande) dividida por $W = 2^n$, onde n é o número de dobras.

- Outra utilidade matemática desta brincadeira: *figuras semelhantes*. Perceba uma situação-problema: quantas cerâmicas de 20cm por 30cm são necessárias para cobrir um piso de 8m por 12m?

- Neste exemplo, o piso é como se fosse o papel. As cerâmicas podem ser comparadas às dobras. Assim, quantas dobras são necessárias?
- Da observação anterior, Área Papel (Área Piso) = Área retângulo pequeno (cerâmica) x W(número de cerâmicas). Logo,
- Número de cerâmicas = $\frac{área \quad piso}{área \quad cerâmica} = \frac{800x1200}{20x30} = 1600$.
- Lembre-se que 1 m = 100 cm... daí, 8m = 800cm e 12m = 1.200cm

Agora, observe as seguintes tabelas:

01	05	09
15	**<u>Tabela A</u>**	07
13	11	03

02	14	15
07	**<u>Tabela B</u>**	03
10	11	06

05	04	06
13	**<u>Tabela C</u>**	07
14	12	15

09	08	15
10	**<u>Tabela D</u>**	11
13	14	12

Vamos adivinhar números pensados? Nas tabelas acima estão dispostos números de 01 a 15. Escolha um número de, 01 a 15, e escreva em um pedaço de papel à parte (para garantir credibilidade!). Em quais tabelas se encontra o número? Observe atentamente...

Caso você diga que o número está nas tabelas C e D, o número em questão é o número 12. Caso esteja apenas em B, o número é o 02.

Qual o segredo?

Você lembra que todo e qualquer número natural pode ser decomposto em uma soma de potências de base dois... pois bem, neste caso, o maior número é 15 e 15 = 1 + 2 + 4 + 8 (quatro números e quatro tabelas).

01	05	09
15	**Tabela A**	07
13	11	03

02	14	15
07	**Tabela B**	03
10	11	06

04	05	06
13	**Tabela C**	07
14	12	15

08	09	15
10	**Tabela D**	11
13	14	12

Repare que estes números foram colocados no canto superior esquerdo de cada tabela. Mas você pode colocar em qualquer posição de sua preferência. Como é que as tabelas foram sendo completadas? Com raciocínio inverso às atividades anteriores...

- Número 1, fica na tabela A;
- Número 2, fica na tabela B;
- Número 3 = 1 + 2, fica nas tabelas A e B;
- Número 4, fica na tabela C;
- Número 5 = 1 + 4, fica nas tabelas A e C;
- Número 6 = 2 + 4, fica nas tabelas B e C;
- ...
- Número 8, fica na tabela D;
- Número 16, fica na tabela E;
- Número 18 = 2 + 16, fica nas tabelas B e E;
- Número 21 = 1 + 4 + 16, fica nas tabelas A, C e E.

Está clara a ideia?

Em quais tabelas devemos colocar o número 13? Como 13 é igual a 1 + 4 +8, deve ser colocado nas tabelas A, C e D.

Caso queiramos números maiores, como devemos proceder? Bem, a próxima potência de base dois maior que 8 é 16, a próxima maior que 16 é 32, e assim sucessivamente. No caso de querermos seis tabelas, como 1 + 2 + 4 + 8 + 16 + 32 = 63. Fazemos uma seis tabela e o número a ser escolhido deve estar entre 01 e 63.

Quantas linhas e colunas devemos ter? Bem, na tabela A devem ser colocados todos os números ímpares...

- Entre 01 e 31, incluindo os extremos, há 16 números. Daí optamos, por estética, em quatro linha e quatro colunas. Podiam ter sido duas linhas e oito colunas (compare com jogo dos pontinhos para saber número de linhas e de colunas).
- Entre 01 e 63, incluindo os extremos, há quantos números? São eles, 01, 03, 05, ..., 59, 61 e 63. Logo, são 32 os números. Podemos formar tabelas com quatro linhas e oito colunas (ou uma escolha sua, tente...)

Assim, formamos “aleatoriamente”

Tabela A

01	13	23	19	43	35	49	33
05	07	15	03	51	57	45	55
27	09	21	17	63	37	59	53
11	29	31	25	39	61	47	41

Tabela B

02	03	27	15	46	55	35	54
11	10	22	31	58	38	50	59
30	26	23	19	42	62	51	34
14	07	06	18	63	47	39	43

Tabela C

04	15	23	14	36	45	55	52
29	12	05	28	37	61	38	60
07	30	06	22	62	53	44	54
21	20	31	13	47	63	39	46

Tabela D

08	29	24	14	40	44	45	46
27	25	11	12	41	58	59	47
10	31	28	26	42	62	60	56
30	15	13	09	43	63	61	57

Tabela E

16	27	22	25	48	55	56	63
24	20	30	21	49	54	57	62
31	28	18	29	50	53	58	61
19	23	26	17	51	52	59	60

Tabela F

32	35	40	38	33	45	42	41
37	34	44	39	46	43	47	36
50	51	54	55	58	59	61	62
49	52	53	56	57	60	48	63

Já não vamos construir tabelas para uma escolha entre 01 e 123, incluindo os extremos. Todavia, ao fazer as sete tabelas, se uma pessoa disser que o número escolhido está nas tabelas A, C e G, garanto que o número em questão é 69. Com efeito...

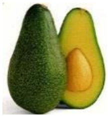
- A $\Rightarrow$ $1 = 2^0$;
- B $\Rightarrow$ $2 = 2^1$;
- C $\Rightarrow$ $4 = 2^2$;
- D $\Rightarrow$ $8 = 2^3$;
- E $\Rightarrow$ $16 = 2^4$;
- F $\Rightarrow$ $32 = 2^5$;
- G $\Rightarrow$ $64 = 2^6$;

“Basta” somar... A (1) + C (4) + G (64) = 69.

<u>*Uma adaptação:*</u> formas geométricas ou gravuras

Note que fizemos a relação:

- Letra A = 1;
- Letra B = 2;
- ---
- Letra O = 15

 ABACATE	 IGREJA	 GATO
 OVO	A	 MACACO
 KIWI	 ELEFANTE	 CAJÁ

 BANANA	 NABO	 CAJÁ
 KIWI	B	 OVO
 JACARÉ	 GATO	 FOCA

 DINOSSAURO	 ELEFANTE	 NABO
 GATO	C	 LARANJA
 MACACO	 FOC A	 OVO

 HIPOPÓTAMO	 NABO	 OVO
 IGREJA	D	 LARANJA
 MACACO	 JACARÉ	 KIWI

Exercitando... *Em quais tabelas está o macaco?*

Como a letra M é a 13ª. Letra, e 13 = 1 + 4 + 8, temos as tabelas A, C e D.

Trabalhando Com Papéis, poliminós e os quatro-quatro

Com auxílio de papéis queremos argumentar...

- $a/b + c/d = (ad + bc)/cd$;
- $a^2 + b^2 = c^2$.

Material necessário:

- 02 folhas de papel A4 ou ofício, limpo ou rabiscado.
- 01 régua e
- 01 lápis ou 01 caneta.

Faremos uso de uma linguagem mais popular. Pegando uma folha de papel, que tem o formato de um retângulo, vamos transformá-la em um quadrado.

Vamos seguir as seguintes instruções:

(a) Sejam A, B , C e D os quatro vértices, sendo AB e CD os lados menores e BC e AD os lados maiores.
(b) Pegar o vértice D e levar para o lado BC de modo que o lado DC fique sobre o lado BC.
(c) Seja E em BC tal que CE = CD.
(d) Pegar o vértice C e levar para o lado AD de modo que o lado DC fique sobre o lado AD.
(e) Seja F em AD tal que DF = CD.
(f) Com a régua alinhada passando pelos pontos E e F, cortar o papel.
(g) FECD é um quadrado (por quê?).

Agora, vamos pegar o retângulo ABEF e vamos dividí-lo ao meio em relação ao lado BE.

Repare que os dois retângulos são idênticos.

<u>$a/b + c/d = (ad + bc)/bd$:</u>

Vamos tentar assimilar tal resultado via exemplos: $½ + 1/3$.

(a) Pegar a primeira tira e dobrá-la ao meio (em relação ao maior lado).
(b) Pegar a outra tira e dobrá-la em três partes iguais (em relação ao maior lado).
(c) Note que as tiras estão de tamanhos diferentes.

(d) Abrindo a primeira tira, vamos hachurear[31] uma das duas partes para caracterizar 1 de 2, isto é, identificar ½.
(e) Abrindo a outra tira, vamos hachurear uma das três partes para caracterizar 1 de 3, isto é, identificar 1/3.
(f) Voltar ambas as tiras para as dobras iniciais, isto é dobrar a primeira ao meio e a segunda em três partes iguais.
(g) Para que elas voltem a ficar do mesmo tamanho, aquela que foi dobrada ao meio será dobrada em três partes iguais e a que foi dobrada em três partes iguais será dobrada ao meio (sempre em relação ao maior lado).
(h) Note que estão do mesmo tamanho. Abrindo ambas percebemos que em cada uma existem 6 dobras e que:
(i) Onde tínhamos ½ agora temos 3 de 6, 3/6;
(j) Onde tínhamos 1/3 agora temos 2 de 6, 2/6.
(k) Colocando as tiras de costas uma para a outra reparamos que, em um lado temos 3 e no outro temos 2, assim, temos 5 retângulos marcados de 6. Conclusão: ½ + 1/3 = 5/6.

Exemplo 2: ¾ + 1/5.
Pegar duas tiras idênticas e:
(a) Pegar a primeira tira e dobrá-la em quatro partes iguais (em relação ao maior lado).
(b) Pegar a outra tira e dobrá-la em cinco partes iguais (em relação ao maior lado).
(c) Note que as tiras estão de tamanhos diferentes.
(d) Abrindo a primeira tira, vamos hachurear três das quatro partes para caracterizar 3 de 4, isto é, identificar 3/4.
(e) Abrindo a outra tira, vamos hachurear uma das cinco partes para caracterizar 1 de 5, isto é, identificar1/5.
(f) Voltar ambas as tiras para as dobras iniciais, isto é dobrar a primeira quatro partes e a segunda em cinco partes iguais.
(g) Para que elas voltem a ficar do mesmo tamanho, aquela que foi dobrada em quatro partes será dobrada em cinco partes iguais e a que foi dobrada em cincos partes iguais será dobrada em quatro partes iguais (sempre em relação ao maior lado).
(h) Note que estão do mesmo tamanho. Abrindo ambas percebemos que em cada uma existem 20 dobras e que:

[31] No caso de alunos cegos, podem usar fitas adesivas ou indicar com pontos em braille.

(i) Onde tínhamos 3/4 agora temos 15 de 20, 15/20;
(j) Onde tínhamos 1/5 agora temos 4 de 20, 4/20.
(k) Colocando as tiras de costas uma para a outra reparamos que, em um lado temos 15 e no outro temos 4, assim, temos 19 retângulos marcados de 20. Conclusão: ¾ + 1/5 = 19/20.

Quais conclusões podem ser tiradas de tais procedimentos? Coincidem ou não com a soma de frações? (Deixar que os alunos cheguem com suas respectivas conclusões!)[32]

$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

Com o auxílio de papel no formato de um quadrado, medir três dedos (ou dois) de cima para baixo (ou de baixo para cima, que é a mesma coisa!) E mesma medida da esquerda para a direita (ou da direita para a esquerda).

Marcando estas medidas e cortando o papel ficamos com quatro pedaços de papel: um pequeno quadrado, um quadrado grande e dois retângulos idênticos.

Se considerarmos a como a medida dos dedos e b como a medida que sobrou, reparamos que o quadrado, antes de ser cortado tem lados de medida a + b e a área, a qual é o produto da base pela altura (não custa lembrar!), é $(a + b)^2$.

Ora, como ela é a junção dos quatro pedaços de áreas:

- Quadrado pequeno de lado a: área a^2;
- Quadrado grande de lado b: área b^2 e
- Retângulos de lados a e b: área ab, daí, 2ab (pois são dois).

Assim, $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$.

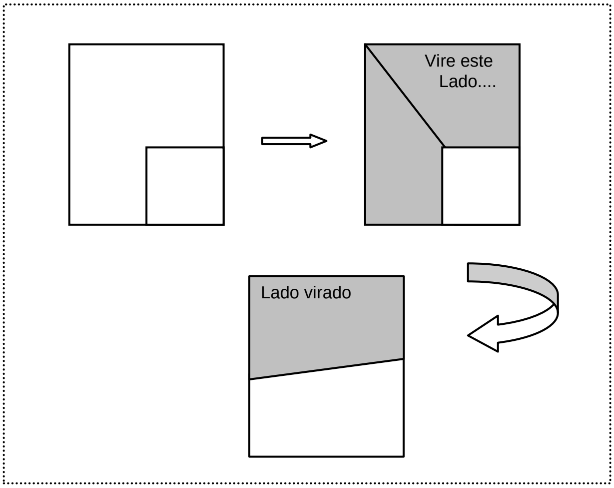
Procedimentos para justificar resultado de $a^2 - b^2$.

Façamos a leitura seguinte: quadrado de lado a menos quadrado de lado b (diferença entre os quadrados de a e de b). Desenhe um quadrado de lado a. Dentro deste, desenhe um quadrado de lado b (é claro que a > b). Recorte o quadrado de lado b. temos algo parecido com um "L". Dobre e recorte, conforme indicado na segunda figura. Vire uma delas e faça a junção no lado recortado.

Temos, então, um retângulo. Um dos lados tem medida a – b. O outro, por ser uma junção e juntar é igual a somar, tem medida a +

[32] Dobrar é o mesmo que multiplicar

b. Lembrando que há outras maneiras de se apresentar o resultado... Assim, a área do retângulo é dada por $(a – b)(a + b)$. Por conseguinte, temos $a^2 - b^2 = (a – b)(a + b)$.



Um exemplo numérico do uso da expressão... Calcular o produto de 58 por 62. Ora, $58 = 60 – 2$ e $62 = 60 + 2$, daí, $58 \times 62 = (60 – 2)(60 + 2) = 60^2 - 2^2 = 3600 – 4 = 3596$.

<u>O jogo dos quatro-quatro...</u>

Podemos escrever de 0 a 9 usando quatro números 4 e os sinais:

- Da adição: +
- Da subtração: -
- Da multiplicação: *
- Da divisão: / e
- Parênteses: ( ).

Por exemplo,

0 = 4 + 4 – 4 – 4 ou (4 – 4)/(4 + 4) ou também (4 – 4)*4/4. Perceba que a mais de uma maneira de escrever um número inteiro dado (entre zero e nove, incluindo extremos).

A importância deste jogo está no uso coerente dos parênteses e das operações. Por exemplo, 4 + 4/4 não é o mesmo que (4 + 4)/4.

No primeiro caso, inicialmente calculamos a divisão de 4 por

4 e o resultado é acrescentado de 4, perceba uso dos parênteses (4 + 4/4 = 4 + 1 = 5).

No segundo caso, resolvemos primeiro os parênteses, 4 + 4 = 8. O resultado é dividido por 4. neste caso, a resposta é dois.

Antes de olhar *uma* resposta dada, quebre um pouco a cabeça...

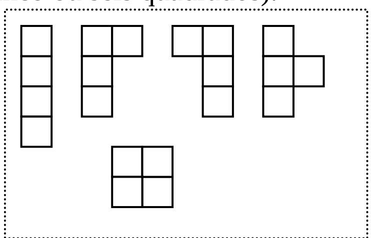
- 1 = (4 + 4)/(4 + 4)
- 2 = 4*4/(4 + 4)
- 3 = (4 + 4 + 4)/4
- 4 = 4 + (4 – 4)/4
- 5 = (4*4 + 4)/4
- 6 = (4 + 4)/4 + 4
- 7 = 4 + 4 – 4/4
- 8 = 4*4/4 + 4
- 9 = 4 + 4 + 4/4

Caríssimo leitor e prezada leitora, vocês podem fornecer de outra maneira os valores indicados?

Poliminós[33]

São peças formadas pela junção lateral de quadrados de mesmo tamanho. O dominó é um dos motivadores do poliminó.

Trabalhemos com peças que formam um poliminó com quatro quadrados (com sua criatividade, após explorar jogo, você pode trabalhar com peças contendo cinco ou seis quadrados).



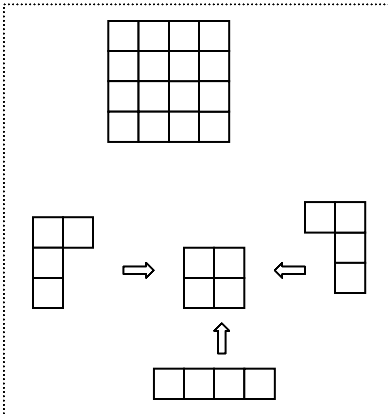
O que pode ser "explorado" do ponto de vista da Matemática? Bem, considerando quadrados de lado um centímetro (1cm) e, por conseguinte, de área um centímetro quadrado (1cm²), repare que cada uma das peças formadas possui área igual a 4cm².

E o perímetro? Da esquerda para a direita temos, respectivamente, 10cm, 10cm, 10cm, 10cm e 8cm. Ou seja, há peças

[33] Para adaptar para pessoa cega, utilizar cola colorida ou colocar fita crepe, indicando o tamanho de cada um dos quadradinhos que formam o poliminó.

que possuem mesmas áreas e mesmo perímetro, embora sejam de formatos diferentes.

Como um jogo de quebra-cabeça, considere a quinta peça (quadrado de lado 2cm). Usando as peças, não precisa que sejam todas, mas cada peça é usada uma única vez, forme um quadrado de lado 4cm.



Repare que temos um quadrado de lado 4cm, com 16cm de perímetro e área 16cm². Forme outras figuras e indique a área e o perimetro de cada uma.

<u>Sudoku adequado para cegos e outras necessidades educativas e a importância do caça-palavras</u>

A tabela abaixo indica um "sudoku"

3	**1**	**2**		**9**	**5**		**7**	**6**
5		**9**	**1**		**7**		**8**	**2**
4		**7**	**2**	**6**	**3**	**5**		
9			**7**			**2**	**4**	
	2	**8**		**1**			**9**	**3**
	3		**9**	**8**	**2**		**5**	**7**
	4	**5**	**6**				**3**	**1**
1	**7**		**3**	**5**	**8**	**9**		**4**
8		**3**	**4**	**2**		**7**		**5**

Descrição: Preencha a grelha com os números de 1 a 9 em cada fila, coluna e quadrado 3x3.

Manual Sudoku Original: Preencha a grelha com os números de 1 a 9 de modo a que estes apareçam apenas uma única vez em cada fila, coluna e quadrado 3x3.

Adaptação: pode ser utilizado um quadro com quatro linhas e quatro colunas e usar figuras, tais como: ♥,♠,♦ e ♣ (ou figuras geométricas, como triângulos, retângulos, etc.)

♥			
	♠		♣
	♦		

O aluno pode tentar completar aleatoriamente ou pode, o qual é o objetivo do jogo, estabelecer estratégias.

Resolvendo...

Vamos iniciar com o "coração". Como ele está na primeira linha e primeira coluna[34], os possíveis locais são os indicados com X:

♥			
	♠	X	♣
	X	X	X
	♦	X	X

Perceba que são seis possíveis locais. Vamos "tentar" colocar na segunda linha e terceira coluna o ♥. Por quê? Porque, via observação da tabela, se o referido símbolo for colocado na terceira linha e terceira coluna chegaremos em uma incoerência, observe:

♥			
	♠		♣
		♥	
	♦		

[34] Preparando linguajar do discente para o assunto matrizes, o qual é apresentado no segundo ano do ensino médio.

Ficamos sem escolha, pois não podemos ter símbolos iguais em quadrados de mesma cor (ou míni-grelhas).
Assim,

♥			
	♠	♥	♣
	♦		

Agora, com base na escolha anterior, as escolhas restringem-se a:

♥			
	♠	♥	♣
	X		X
	♦		X

Vamos optar pela terceira linha e segunda coluna:

♥			
	♠	♥	♣
	♥		
	♦		

Daí, a última escolha é:

♥			
	♠	♥	♣
	♥		
	♦		♥

Repare que os outros símbolos saem “naturalmente”.
Na segunda linha, está faltando o ♦.
Na segunda coluna, está faltando o ♣.

♥	♣		
♦	♠	♥	♣
	♥		
	♦		♥

Voltamos às escolhas. Para o ♦, as opções são:

♥	♣	X	X
♦	♠	♥	♣
	♥	X	X
	♦		♥

Daí, considere escolhida a posição da terceira linha e terceira coluna:

♥	♣		
♦	♠	♥	♣
	♥	♦	
	♦		♥

Logo, resta a posição: primeira linha e quarta coluna.

♥	♣		♦
♦	♠	♥	♣
	♥	♦	
	♦		♥

Assim como argumentado anteriormente, a quarta coluna pode ser completada, já que há uma única opção para o preenchimento com o símbolo ♠:

♥	♣		♦
♦	♠	♥	♣
	♥	♦	♠
	♦		♥

Daí, concluímos que a terceira linha fica completa com o símbolo ♣ e a primeira com ♠ :

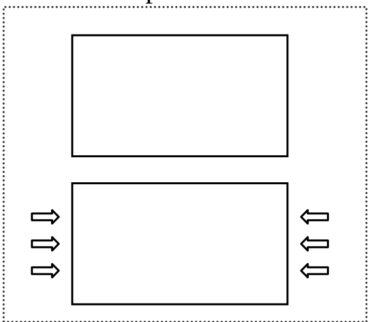
♥	♣	♠	♦
♦	♠	♥	♣
♣	♥	♦	♠
	♦		♥

Agora, é só completar com os símbolos que faltam: ♠ na primeira coluna e ♣ na terceira coluna:

♥	♣	♠	♦
♦	♠	♥	♣
♣	♥	♦	♠
♠	♦	♣	♥

Pessoas com cegueira podem participar desta atividade, basta dividir uma tampa de caixa de sapatos em dezesseis pequenos retângulos. Como? Colar três barbantes na horizontal e outros três na vertical. Dica: sejam M e N as medidas dos lados da tampa. Calcule o valor de M dividido por 4, bem como N dividido por 4.

Marcar os pontos correspondentes a tais medidas e uni-los:



As setas indicam onde devem ser colados os extremos do barbante. Exemplificando com números. Suponha que a caixa tenha 20 cm por 30 cm.

Daí, 20 ÷ 4 = 5. Isto é, com auxílio de uma régua, meça 5cm, 10cm e 15cm, a partir de uma das extremidades, em ambos os lados de medida 20cm.

Para os outros lados de medida 30cm, como a divisão de 30 por 4 dá 7,5cm, repetir raciocínio anterior.

Os barbantes do meio, tanto o que está na horizontal quanto o que se encontra na vertical, são cobertos com fita adesiva (ou pode ser colado um outro barbante por cima).

Motivo: ficar explícita a divisão das pequenas grelhas.

Caça-Palavras:

Considere a tabela seguinte. Procure as palavras que completam as sentenças:

Obs.: Podem estar na horizontal ou na vertical, da esquerda para a direita ou vice-versa.

- $\Delta = b^2 - 4ac$; lemos: ... é igual a bê ao quadrado menos quatro vezes "a" vezes "c".
- O número 6 é um ... do número 2.
- A operação que fazemos com 5 e 8 para obter 13 é a .... ou adição.
- Ao ... 16 por 8 obtemos 2.
- Todo quadrado é um ... mas nem todo ... é um quadrado, porque não precisa ter os quatro lados com a mesma medida.

G	E	O	G	R	A	F	I	A	S
M	D	I	V	I	D	A	E	S	O
U	R	E	T	A	N	G	U	A	M
L	C	E	G	O	D	E	U	S	A
T	A	D	I	V	I	D	I	R	R
I	M	P	O	T	E	N	C	A	I
P	O	F	E	C	H	A	D	M	U
L	O	L	U	G	N	A	T	E	R
O	D	E	D	P	O	T	E	P	O
D	E	L	T	A	V	E	Z	E	S

Quais estratégias foram utilizadas para "caçar as palavras"?

Faça o teste com seus alunos (ou filhos) e veja o que eles respondem...

<u>A matemática por trás da Orientação e Mobilidade</u>

A matemática na O.M.

As sugestões de atividades apresentadas a seguir foram testadas ao longo do ano de 2007 e primeiro semestre de 2008. 12 estudantes do Ceará, dez de escolas públicas[35] e dois de escolas particulares[36] foram acompanhados no referido período.

O sujeito consegue se locomover, sem bengala longa, em linha reta, paralelo à uma parede, utilizada como referencial?

---

[35] Dois cursando o 7º ano, três cursando o 8º ano, um estudando no 9º, dois no 2º ano do ensino médio e dois no supletivo do ensino médio.

[36] Um no primeiro ano e outro no segundo ano do ensino médio.

Treinar o sujeito em um corredor, colocando o discente no centro daquele. Contar quantos passos o estudante dá até tocar em uma das paredes. Neste caso, fazer correção. Exemplificando: ao dar cinco passos tocou na parede à sua esquerda, e o sujeito encontrava-se inicialmente a um passo da parede, então a cada cinco passos dados, o aprendiz deve dar um passo para a direita, para permanecer em linha reta.

Matematicamente pode ser trabalhada a ideia de figuras semelhantes. Em particular, triângulos semelhantes.

Na ausência de um corredor, arrumar unas três ou quatro cadeiras a uma distância de dois passos[37] de uma parede. A distância entre as cadeiras pode ser de quatro passos. Colocar uma corda entre as cadeiras, ficando pelo menos à 30 cm de altura, em relação ao chão. Estando o discente no centro desta figura, isto é, a um passo da parede e a um passo das cadeiras, pedir que ele ande e observar após quantos passos tocou no lado direito ou no lado esquerdo.

Repetir tais procedimentos até que o estudante ande em linha reta, ou próximo desta, desviando-se pouco para um dos lados.

O estudante consegue ficar na posição inicial de locomoção com bengala: ereto, na posição vertical, formando um ângulo de 120º entre o braço, o cotovelo e o antebraço, deixando a mão que conduz a bengala no centro do corpo?

Colocar o aluno de costas à uma parede, para perceber o que é ficar ereto (na vertical). Confeccionar um ângulo de 120º com E.V.A., ou outro material, desde que não seja cortante, e colocar entre o braço, o cotovelo e o antebraço.

De que forma pode ser confeccionado um ângulo de 120º?

É dito para o discente que os ângulos de dentro (internos) de um triângulo têm como soma 180º. Justifica-se tal argumento sendo feito um triângulo qualquer de E.V.A., sendo indicados os ângulos internos com fita crepe, e, cortando-o a partir de um ponto de dentro (interno) deste, de modo que sejam formadas três peças. No caso, por facilidade, foi escolhido um ponto em um dos lados, optando-se por cortar paralelamente aos demais lados, já que havia esquadros à disposição.

Juntas, no tocante aos ângulos do triângulo inicial, cada aluno percebeu que era formado um ângulo de meia-volta (o pesquisador

---

[37] O tamanho do passo do discente, pois o passo dele é seu referencial.

confeccionou tal triângulo junto com o aprendente, orientando no uso da régua e da tesoura, na ora de cortar o triângulo).

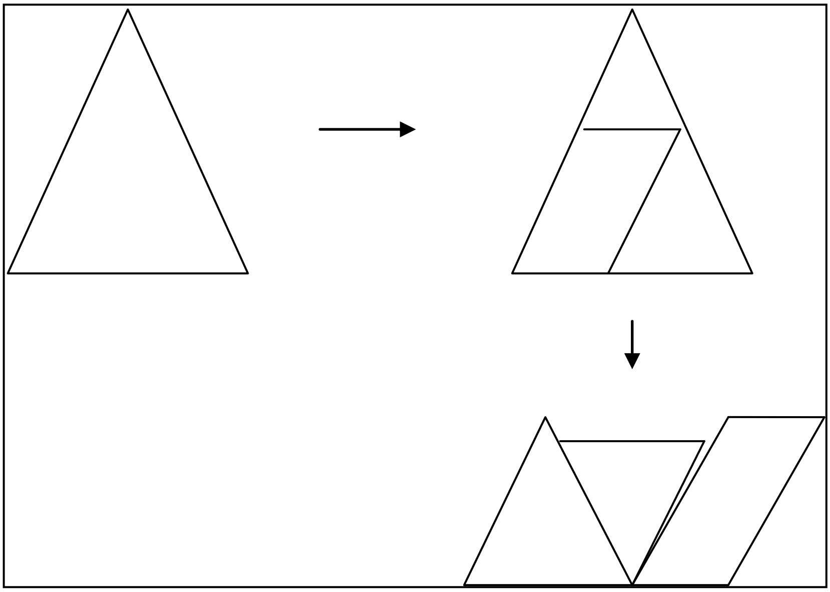


Figura: 1 - ilustração da justificativa que a soma dos ângulos internos de um triângulo vale 180º.

Na figura anterior, a peça "C" foi posicionada inicialmente. A peça "A", foi girada (rotacionada) de forma que seu vértice que estava para cima, ficou para baixo. Tal peça foi colocada à direita da peça "C". Em seguida, a peça "B" foi colocada à direita da peça "A".

O pesquisador argumentou que triângulo equilátero é o triângulo que possui os três lados iguais. Como exemplo, pegou a bengala longa e formou um triângulo equilátero. Solicitou que formassem outros triângulos equiláteros usando material concreto, tais como: canetas do mesmo tamanho, tiras de papel do mesmo tamanho, etc.

O pesquisador perguntou: *o que você acha das medidas dos ângulos?* Afirmaram que eram iguais

Daí argumentou-se que os ângulos internos do triângulo equilátero são iguais a 60º. Com efeito, três que multiplica o valor do ângulo interno é igual a 180º. Em seguida, o referido ângulo é a divisão de 180º por três, fornecendo 60º.

Para construir o ângulo de 30º, dado um triângulo equilátero em E.V.A., foi dobrado ao meio, juntando um vértice à outro. Assim sendo, os dois triângulos formados são retângulos. E o ângulo de 60º dividido ao meio, formou ângulo de 30º. Raciocínio parecido foi realizado com um quadrado em E.V.A.

O quadrado foi dobrado ao meio no sentido de uma de suas diagonais. O ângulo de 90º foi dividido ao meio, formando ângulos de 45º.

E o de 120º? Foi colocada uma folha de E.V.A. no canto da parede. Foram colocadas sobre a folha as canetas. A figura abaixo mostra o triângulo formado. Perceberam, por manipulação, que os três ângulos internos eram iguais.

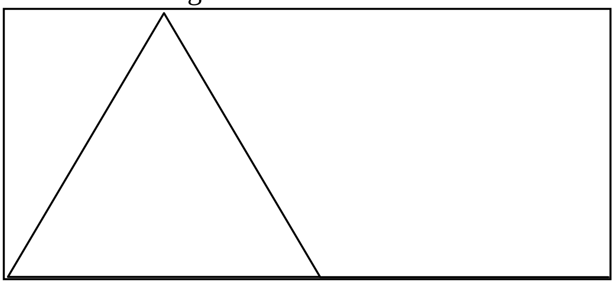


Figura 2: compreensão do ângulo de 120º.

O pesquisador perguntou quanto era a soma dos três ângulos internos do primeiro triângulo de E.V.A. que eles haviam feito, indicando que juntassem as peças no tocante aos ângulos internos do triângulo. Responderam que valia 180º.

Voltados a serem indagados sobre o valor de cada um dos três ângulos internos do triângulo equilátero formado, responderam 60º, pois se os três são iguais, cada um é 180º dividido por três.

O pesquisador questionou quanto valeria o ângulo que estava fora do triângulo equilátero (externo). Respondeu que era 120º. O motivo, argumentaram quase todos, era que juntos os dois ângulos valiam 180º (ângulo de meia-volta). Sendo 60º o ângulo de dentro (interno), o de fora (externo) vale 180º menos 60º, que dá 120º.

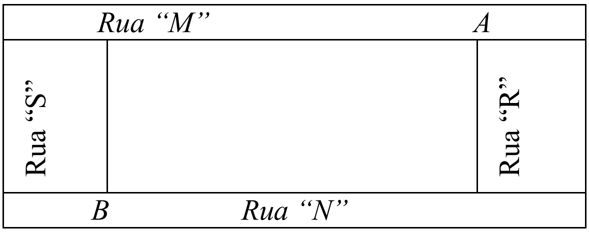
Ao andar com a bengala longa, o aluno consegue fazer aberturas com a mão em torno de 60º para a direita e para a esquerda?

Colocar o aluno entre duas cadeiras, cuja distância entre elas seja igual à medida de três passos do discente. O discente, no meio desta distância, da um passo para trás e faz toques à direita e à esquerda.

Deve-se ter atenção ao fato de o tamanho do passo dado para trás ser do mesmo tamanho do passo utilizado na medida entre as cadeiras. O ângulo formado pela mão é próximo de 60º. Com efeito, sendo x o tamanho de cada passo do discente, sendo A e B as posições das cadeiras, 3x será esta medida. Considerando M o ponto médio de A até B, segue-se que a distância de M até A (ou de M até B) é 1,5x. Seja C o ponto obtido pelo passo para trás do discente. Daí, a distância de M até C será x. O triângulo AMC ou BMC é retângulo em M.

Da trigonometria (que não foi aqui abordada, é só para justificar) tem-se que a tangente do ângulo $A\hat{C}M$ (ou $B\hat{C}M$) é dada por BM : MC = 1,5x : x = 1,5. E o ângulo que tem sua tangente igual a 1,5 vale aproximadamente 57º (que está bem perto do valor de 60º)

Ao treinar em um quarteirão de formato retangular, suponha que as ruas M e N sejam paralelas. Mesma suposição para as ruas R e S. Caso o aluno esteja na esquina das ruas M e R e deseje se locomover até a esquina das ruas N e S, qual percurso deve realizar, para ter a menor distância? Justifique. (Ou seja, menor distância entre os pontos A e B sem ser em diagonal, por causa das casas ou obstáculos).



Neste caso, é compreender que um retângulo possui lados opostos iguais. Portanto, tanto faz o percurso.

I). Compreendendo o significado de x^2 - caracterizando figuras planas.

Explicar para o(a) discente o que significa um quadrado. Sua diferença para o retângulo e o losango.

Sugestão: Com auxílio de figuras em E.V.A. mostraram-se formas geométricas para o(a) aluno(a). Em seguida, dentro da sala de aula, é pedido que ele(a) identifique tais formas: portas e janelas (como retângulos)[38], os lados de uma caixa do material dourado (formato de

[38] As respostas dentro de parênteses são as respostas esperadas.

um quadrado).

Como o estudante está caracterizando isto? Indagar qual a diferença entre quadrado e retângulo. Em geral, a resposta de cada um dos discentes era que o quadrado tem os quatro lados iguais e os quatro ângulos de dentro (internos) também iguais.

Partindo desta ideia, fornecer vários quadradinhos em E.V.A. e solicitar que o(a) discente faça um quadrado grande de lado três quadradinhos.

Para realizar esta tarefa colocar as peças em cima de uma mesa que possui bordas grossas (para evitar que as peças se desloquem). A expectativa é que o discente conclua que há nove quadradinhos formando o quadrado grande, de lado três.

Fornecer as "tábuas" ou "placas" de mais de uma caixa do material dourado (que valem 100 unidades), para que o(a) aprendente faça um quadrado grande de lado quatro. Concluir que são necessárias 16 tábuas para formar o quadrado grande.

Uma ilustração com uso do material dourado para justificar que 12^2, lido como quadrado de lado 12, vale 144.

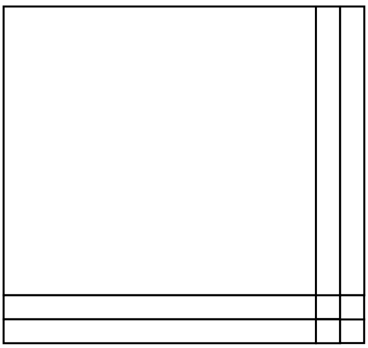


Figura 3 – representação do 12^2 como quadrado de lado 12.

A figura pode ter variações. O importante é notar que é formado um quadrado. Destaca-se que como estratégia que ele podem utilizar para confecção de um quadrado de lado 9, outro de lado 11 e um terceiro de ladro 13, é iniciar a construção da figura utilizando as peças maiores.

Relembrar a cada discente que o dez em algarismos romanos é indicado pelo X. Também esclarecer que cada número é ele multiplicado por um, por exemplo, 5 = 5 x 1; 17 = 17 x 1.

Partindo desta ideia, o número 5 pode ser imaginado como a área de um retângulo de lados 5 passos por um passo. Argumentar que a área de um retângulo é dada pelo produto da base pela altura (ou comprimento e largura).

Considerações Finais.

O professor de O.M. não precisa ser um bom conhecedor da Matemática, embora Hoover fosse matemático conforme o prof. Moura e Castro (1998). Para quem não é da área de O.M., Hoover foi uma das pessoas que aperfeiçoou este campo do saber, com introdução da bengala longa como hoje é utilizada.

O que sugerimos é uma maior interação entre os profissionais que trabalham com as pessoas com deficiência visual. Neste caso, os de apoio pedagógico com os de O.M. Com efeito, se os discentes não têm uma inclusão (de saberes?) dentro das escolas especializadas, o que esperar na escola regular?

Que esta indagação final motive uma reflexão maior por parte dos profissionais que, direta ou indiretamente, trabalham com pessoas com deficiência visual.

6. JOGO DOS PONTINHOS (pode ser utilizado geoplano)

Consiste em colocar um quadro com n pontinhos na vertical e m pontinhos na horizontal:

```
*    *    *    *    *    *    *    *
*    *    *    *    *    *    *    *
*    *    *    *    *    *    *    *
```

No exemplo anterior, temos 03 pontinhos na vertical e 08 pontinhos na horizontal. O jogo consiste em unir dois pontinhos consecutivos, ou na horizontal ou na vertical. Normalmente é jogado por duas pessoas, digamos X e Y.

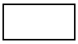
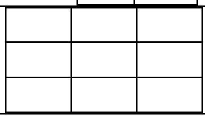
O objetivo do jogo consiste em, ao X realizar uma jogada, ele deve evitar que Y forme um ou mais quadrados. Quando um jogador consegue formar um quadrado (ou mais) ele, em seguida, fará sua jogada para o seu oponente.

Ganha o jogo quem fizer mais quadrados.

O que podemos explorar matematicamente?

- Primeiro, quantos quadrados podem ser formados? *No exemplo anterior, podemos formar 2 x 7 = 14 quadrados. Em geral: N = (n – 1).(m – 1).*
- Segundo, quantos quadrados são necessários para que alguém vença? *Se N for par,* $\frac{N}{2}+1$*; se N for ímpar,* $\frac{N+1}{2}$.
- Terceiro, sendo n = m, podemos trabalhar a ideia de quadrado de um número.

Com efeito, neste terceiro caso:

	n = m = 2	Quadrado de lado um	1^2
	n = m = 3	Quadrado de lado dois	2^2
	n = m = 4	Quadrado de lado três	3^2

Uma outra ideia para uso do material dourado, seguindo o raciocínio do jogo dos pontinhos, é construir números ao quadrado (ou quadrado de um dado número). Para números de um a nove, usam-se os cubinhos. De onze a dezenove, usam-se a “tábua” da centena e as “varetas” da dezena. Outros números ficam cansativos o manuseio.

Agora, tente formar: 11^2, 13^2 e 22^2

7. EXPERIMENTOS NA ÁREA DE CIÊNCIAS DA NATUREZA

Assim como no texto introdutório fizemos uma relação da matemática com a língua materna, a apresentação das atividades, em Ciências, servem matematicamente para explorar o tempo. Mas, também, o raciocínio.

Dificuldades de aprendizagem na disciplina de Ciências

Conforme os PCNs (BRASIL, 1998) são capacidades que os alunos precisam desenvolver, em sala de aula e em seu cotidiano, na área de Ciências:

- Compreender a natureza como um conjunto dinâmico. O aluno precisa entender que o ser humano faz parte desse conjunto e atua sobre ele.

- Identificar as relações entre ciência, tecnologia e mudanças nas condições de vida. O estudante precisa compreender que a ciência e o desenvolvimento de tecnologias caminham lado a lado e causam mudanças na vida das pessoas.
- Formular questões e propor soluções para problemas reais. Para isso o professor deve sempre oferecer oportunidades para que o educando relacione o conhecimento científico ao mundo real.

Combinar leituras, observações, experimentos e registros para coletar, organizar e discutir informações. O professor deve evitar reduzir o ensino de Ciências à simples apresentação de definições científicas.

Pelo exposto anteriormente, uma das principais dificuldades de aprendizagem em Ciências está no fato do professor reduzir o ensino de Ciências à simples apresentação de definições científicas, não se preocupando em que os discentes formulem ou questionem determinadas afirmações científicas, complementa Bizzo (1998).

Para formular ou questionar alguma afirmação o aluno deve ter conhecimentos prévios via experimentação ou observação, ressalta Bizzo (1998).

Adaptando a Ciência para alunos com deficiência visual

Uma forma de despertar o interesse das crianças é aproveitar a curiosidade natural delas em relação à natureza (BRASIL, 1998). Deste modo, os alunos podem confeccionar cata-ventos de papel para medir a velocidade do vento (ar em movimento); podem deixar uma determinada porção de terra fértil, com o auxílio de restos orgânicos (folhas secas, borra de café) e regando-a.

No tocante ao sistema solar, com o auxílio de bolas de isopor (ou de meia) de diferentes tamanhos e de fios (elétricos), podemos confeccionar um modelo tridimensional. Em relação aos movimentos de rotação e translação, deixar que os alunos manuseiem bolas, interpretando tais movimentos.

Com relação aos tipos de seres vivos, auxiliados por exemplares de borracha (ou plástico), solicitar que os discentes confeccionem modelos com massas de modelar (uma maneira de tornar mais empolgante esta atividade seria levar os alunos para a cozinha, em aulas de AVD[39], e fazer bichinhos com massa de trigo).

Em suma, deve-se utilizar o máximo de material concreto e de manipulação acessível para que, tanto alunos com deficiência visual quanto os videntes, possam participar de modo ativo na construção de determinadas teorias (BRASIL, 2003)

Requisitos a serem observados para o atendimento escolar a pessoas portadoras de deficiência visual.

As crianças desde o nascimento têm as mais diversas experiências que as levam a aquisições, relacionamento com a figura materna e com outros familiares, adquirindo a segurança para a satisfação de suas necessidades básicas. Por meio dessas relações entram em contato com o mundo, formando conceitos, estabelecendo relações, desenvolvendo a linguagem, a compreensão de símbolos, dando início ao período de alfabetização.

A partir de aquisições motoras como levantar a cabeça para ver um objeto, virar a cabeça acompanhando um ruído, segurar objetos, levar objeto à boca, bater objetos, etc., a criança percorre uma trajetória até chegar à marcha, que lhe possibilita maior exploração do espaço e domínio do próprio corpo.

Sua entrada na escola gera oportunidades de participar de um grupo social mais amplo, adquirindo hábitos, fazendo experimentações, formando conceitos e ampliando o vocabulário.

Por isso a lei garante: educação é um direito de TODOS, mas nós lidamos diariamente com justificativas de pessoas não qualificadas para atender tais necessidades. Porém, se o estabelecimento educacional não dispuser de profissionais devidamente orientados, não pode justificar com esse fato o não-atendimento da criança, pois ainda assim é obrigado a atender a esses alunos, devendo providenciar pessoal para esse fim.

Brasil (2003) aponta que o desenvolvimento da criança cega sofre interferência e motivação para a aprendizagem formal da leitura e da escrita, facilitada pelos estímulos visuais e sonoros do ambiente

---

[39] AVD = Atividades da Vida Diária, são atividades desenvolvidas para que pessoas com deficiência visual possam aprender a cozinhar, costurar, escovar os dentes, entre outras atividades comuns e corriqueiras das pessoas que enxergam (videntes).

familiar e dos meios de comunicação, no entanto a escola deve providenciar para o aluno com deficiência visual, após sua matrícula, o material didático necessário, como regletes, sorobã, além do ensino do código Braille e de noções de orientação e mobilidade, AVD's (atividades da vida diária). Deve também conhecer e aprender a utilizar ferramentas de comunicação, que por sintetizadores de voz possibilitam aos cegos escrever e ler, via computadores.

Os professores e demais colegas de turma desse aluno também poderão aprender o Braille, assim como utilizar as demais ferramentas e recursos específicos pelos mesmos motivos apresentados no caso de alunos surdos ou com deficiência auditiva.

Em se tratando de escola pública, o próprio Ministério da Educação tem um programa que possibilita o fornecimento de livros didáticos em Braille. Além disso, em todos os Estados estão instalados centros de apoio educacional especializado, que devem atender às solicitações das escolas públicas. Da mesma forma, as escolas particulares devem providenciar e arcar com os custos do material ou tentar obtê-lo através de convênios com entidades especializadas e/ou rede pública de ensino.

Sugestões de atividades para portadores de deficiência visual

Segundo Brasil (2003) o aluno com deficiência visual deve e pode participar das aulas de Educação Artística de muitas formas diferentes. A aula de artes é essencialmente importante, por ser um modo através do qual o aluno pode expressar seus sentimentos e sua percepção do mundo. Ela pode ajudá-lo na formação dos conceitos e das imagens mentais das coisas que ele não vê, no desenvolvimento da sua criatividade e senso estético.

É também nesta aula, que ele pode trabalhar, mais especificamente, com coordenação fina e com a mobilidade dos seus dedos e das mãos, muito necessários para ele, mas pouco trabalhados devido aos movimentos contínuos e rígidos da escrita Braille. Outro aspecto que pode ser trabalhado é a exploração de diferentes relevos, formas e texturas, o que lhe é agradável e importante para o aprimoramento das suas capacidades perceptivas e organização mental dos objetos do mundo. Eis algumas sugestões para se trabalhar com os alunos portadores deficiência visual:

- Colagem, por exemplo, de bolinhas de papel que ele mesmo amassa, forma já cortada em isopor, cartolina.

➢ Você pode contornar o desenho com um barbante para ele preencher os espaços e pintar com giz de cera;
➢ Trabalhos com massa de modelar, argila ou barro;
➢ Construção com toquinho de madeira (o aluno vai colocando um no outro);
➢ Pintura a dedo de tinta guache;
➢ Desenhar com giz de cera sobre uma folha de papel ofício colocada sobre uma prancheta de madeira encapada com tela de mosqueteiro (o que dá um certo relevo – perceptível ao tato- ao que ele desenhou)...

O material que pode ser usado é muito rico; o professor deve, antes de iniciar a atividade proposta, explorá-la bem com seu aluno, enfatizando a riqueza de detalhes, formas, texturas, cores (para os que vêem cores), beleza. Para o aluno cego, a textura é a cor do objeto, pois a diferença percebida pelo tato faz um paralelo pelas nuances de cor a que lhe proporcionaria, por isso a textura pode ser ricamente explorada nos trabalhos com deficientes visuais.

Se o aluno tem algum resíduo visual, pergunta a ele suas dúvidas sobre como encaminhar melhor as atividades. Isso é válido também para o aluno cego: juntos, você e seus alunos, podem descobrir mil maneiras agradáveis de trabalhar durante as aulas.

**** Algumas experiências para as séries inicias do ensino fundamental (adaptado de MENEGHELO, 1996).**

Experiência I: construindo uma maquete (Orientação e Mobilidade é de muita valia nesta atividade).

Material:
➢ Uma placa de isopor;
➢ Tesoura sem ponta;
➢ Cola;
➢ Fita adesiva;
➢ Palitos de sorvete, caixas de creme dental e espuma..

Praticando...
❖ Fazer portas e janelas nas caixas.
❖ Colar no isopor as caixas de acordo com a estrutura da escola.
❖ Caso haja árvores, cole espuma no palito de sorvete.
❖ O mesmo raciocínio vale para confeccionar uma sala de aula.

Experiência II: Propagação do som (Orientação e Mobilidade...).

Material :

- ➢ Um copo de plástico ou papelão.
- ➢ Barbante grosso.
- ➢ Vela, prego.

Praticando...

- ❖ Com o prego, fazer um furinho no centro do fundo do copo.
- ❖ Passar o barbante pelo furinho e dar um nó na ponta.
- ❖ Passar a vela várias vezes no barbante para ele ficar parafinado.
- ❖ Segurar o copo com uma mão e passar os dedos pelo barbante de cima para baixo. O som produzido é parecido com o carcarejar de uma galinha.

Experiência III: Propagação do som II ou telefone (Orientação e Mobilidade...).

Material :

- ➢ Dois copos de plástico ou papelão.
- ➢ Barbante grosso.
- ➢ Prego.

Praticando...

- ❖ Com o prego, fazer um furinho no centro do fundo de cada copo.
- ❖ Passar o barbante pelo furinho e dar um nó na ponta.
- ❖ A uma certa distância, enquanto um aluno fala o outro deve escutar e vice-versa.

Experiência IV: o ar (AVD neste momento pode ser interagida)

Material:

- ➢ Um pedaço pequeno de papel.
- ➢ Uma bacia com água.
- ➢ Um copo de vidro.
- ➢ Fita adesiva.

Praticando...

- ❖ Fazer uma bolinha de papel e prendê-la com fita adesiva no fundo do copo.
- ❖ Mergulhar o copo, com a boca para baixo e sem incliná-lo, dentro

da bacia com água.

❖ Retirar o copo e observar o que aconteceu com o papel (ele está seco, por quê?).

Experiência V: plantas e luz solar. (OM e AVD)

Material:

- ➢ Uma caixa (de sapato) com tampa.
- ➢ Um pote pequeno de margarina.
- ➢ Terra, água.
- ➢ Tesoura sem ponta.
- ➢ Cinco ou seis grãos de feijão.

Praticando...

❖ Fazer uma abertura na lateral da caixa, no formato de um retângulo.

❖ Encher o pote com terra e plantar nele os grãos de feijão.

❖ Molhar bem a terra.

❖ Colocar o pote dentro da caixa. Deve ficar no lado oposto do buraco.

❖ Fechar a caixa e colocá-la em um lugar onde bata sol. Manter terra úmida e observar o que acontece (como os vegetais necessitam de luz para se desenvolver, segue-se que o caule da planta tende a crescer em direção à abertura da caixa).

Experiência VI: identificando objetos através do tato (OM e AVD)

Material:

- ➢ Vários objetos: caneta, borracha, esponja, etc.
- ➢ Vendar as crianças com um lenço limpo.

Praticando...

❖ Estando vendadas as crianças deverão fazer observações no tocante aos objetos. Grande ou pequeno, liso ou áspero, etc.

Experiência VII: coleção de sementes (OM e AVD)

Material:

- ➢ Sementes de diferentes frutos.
- ➢ Etiquetas (também em braille).

Praticando...

❖ Dados alguns frutos, retirar suas sementes.

- ❖ Colocar as sementes para secar, separadamente.
- ❖ Colocar em saquinhos e etiquetar.

Experiência VIII: confeccionar bichinhos com rolhas ou massa de modelar (OM)

Material:

- ➢ Vários bichinhos de plástico, borracha ou de verdade (para alunos tocarem).
- ➢ Massa de modelar ou rolhas e palitos de dente.

Praticando...

- ❖ Colocar os bichinhos nas mãos dos alunos para que eles percebam suas características.
- ❖ Confeccionar animais (fazer um fichário do animal: o que come, onde vive, etc.)

3.9.Desmistificando o sorobã

Este tópico tem o objetivo de apresentar o sorobã como um instrumento de apoio para o cálculo. Não é um "tipo de calculadora", com efeito, ele não faz conta pelo usuário. Sendo útil para cegos, o mesmo pode ser interagido com videntes. O algoritmo da multiplicação é explicado adiante após uma aplicação do sorobã.

Observação: Caso você não disponha de um sorobã, você pode confeccionar em uma folha de papel um instrumento equivalente. Nesta, construa uma tabela com 4 (quatro) colunas e 18 (dezoito) linhas (ou vice-versa):

X	*X*	*X*	*X*	*X*	*X*	*X*	*X*	*X*	*X*	*X*	*X*	*X*	*X*	*X*	*X*	*X*	*X*
# # # #	# # # #	# # # #	# # # #	# # # #	# # # #	# # # #	# # # #	# # # #	# # # #	# # # #	# # # #	# # # #	# # # #	# # # #	# # # #	# # # #	# # # #

O X representa cinco unidades ao passo que cada # corresponde a uma unidade, pode ser bolinhas de papel ou contas. Agora, siga instruções de uso do sorobã...

⇒ Elementos do Sorobã (japonês):

- Retângulo inferior, com quatro contas em cada eixo;
- Retângulo superior, com uma conta em cada eixo.

Obs.: Cada conta no retângulo superior vale cinco... Enquanto as contas no retângulo inferior valem uma...
... Unidade(s), caso estejamos no primeiro eixo (da direita para a esquerda);
... Dezena(s), caso estejamos no segundo eixo (da direita para a esquerda);
... Centena(s), caso estejamos no terceiro eixo (da direita para a esquerda);
... E assim sucessivamente.

Obs$_2$.: Pode ser considerado qualquer eixo como eixo inicial (eixo das unidades).

Assim, por exemplo, em relação ao quarto eixo temos que cada conta no retângulo inferior vale uma...
... Unidade, caso estejamos no quarto eixo (da direita para a esquerda);
... Dezena, caso estejamos no quinto eixo (da direita para a esquerda);
... Centena, caso estejamos no sexto eixo (da direita para a esquerda);
... E assim sucessivamente.

⇒ Posição ou Postura

(a) Sorobã deve ficar paralelo e bem em frente ao corpo, sem desviar para os lados ou formar ângulo;
(b) A cadeira deve ficar próxima à mesa e a pessoa, sentar-se corretamente, isto é, com tronco reto e os pés juntos, sem cruzá-los;
(c) A mão esquerda segura levemente a moldura do Sorobã;
(d) Antebraço não deve apoiar na mesa para que a mão possa se movimentar com desembaraço;
(e) Tronco deve inclinar um pouco para a frente, sem no entanto curvar-se demasiadamente;

(f) Os três últimos dedos da mão direita, que não são usados, devem permanecer levemente fechados para não tocarem nas contas (Aos iniciantes recomenda-se segurar um lápis pequeno).

⇒ Movimento dos Dedos

Podemos usar os dedos indicadores, direito e esquerdo, com ou sem ajuda dos dedos polegares. Normalmente os dedos polegares são utilizados para levantar as contas de valor um.

⇒ Colocação dos Números no Sorobã

Os números podem ser colocados da esquerda para a direita, isto é, das ordens superiores para as ordens inferiores, ou ao contrário, depende do gosto do usuário (Os japoneses só usam da esquerda para a direita, o "gosto" depende do tipo de deficiente visual ou usuário, aqui no Brasil!).

Colocando os números (em relação a dado eixo inicial):

(a) Número zero: conta do retângulo superior levantada e contas do retângulo inferior baixadas;
(b) Número 1: levantamos uma conta do retângulo inferior;
(c) Número 2: levantamos duas contas do retângulo inferior;
(d) Número 3: levantamos três contas do retângulo inferior;
(e) Número 4: levantamos quatro contas do retângulo inferior;
(f) Número 5: baixamos a conta do retângulo superior;
(g) Número 6: baixamos a conta do retângulo superior e levantamos uma conta do retângulo inferior;
(h) Número 7: baixamos a conta do retângulo superior e levantamos duas contas do retângulo inferior;
(i) Número 8: baixamos a conta do retângulo superior e levantamos três contas do retângulo inferior;
(j) Número 9: baixamos a conta do retângulo superior e levantamos quatro contas do retângulo inferior;
(k) Número 10: precisamos de dois eixos. No eixo da esquerda, em relação ao eixo inicial, colocamos (registramos) o número 1 e no eixo inicial colocamos (registramos) o número 0;
(l) Número 17: No eixo da esquerda, em relação ao eixo inicial, colocamos (registramos) o número 1 e no eixo inicial colocamos (registramos) o número 7;

(m) Número 83: No eixo da esquerda, em relação ao eixo inicial, colocamos (registramos) o número 8 e no eixo inicial colocamos (registramos) o número 3;
(n) Número 123: precisamos de três eixos, um para as centenas, outro para as dezenas e outro para as unidades. Assim, no eixo inicial registramos as unidades, 3, no segundo eixo as dezenas, 2, e no terceiro eixo as centenas, 1 (sempre da direita para a esquerda);
(o) Número 7.936: precisamos de quatro eixos... (conclua o raciocínio!).

⇒ Operações: por tratar-se de curso introdutório cujo objetivo, neste módulo, é mostrar que Sorobã é um instrumento de cálculo e não uma calculadora vamos dar ideia sobre as quatro operações básicas.

ADIÇÃO:

Operação idêntica com a que os videntes (pessoas que enxergam) realizam. Por exemplo, somar 27 com 41.

O que fazemos?

Primeiro somamos as unidades para, em seguida, somar as dezenas.

Ora, com os alunos deficientes visuais – deficientes sim, ineficientes não! – o raciocínio é o mesmo.

Vamos utilizar o Sorobã como um todo:

(a) Registrar na borda esquerda, ou dado eixo como inicial, do Sorobã o número 27, a primeira parcela (ou 41). No centro do Sorobã, ou onde você quiser, exceto na borda direita, o número 41, a segunda parcela (ou 27).
(b) Repetir na borda direita a segunda parcela, a qual será chamada de parcela referencial (o nome parcela referencial é porque vamos mexer nesta para obter o resultado: soma ou total).
(c) Com o dedo indicador direito no primeiro eixo da parcela referencial vamos apagar o número 1 e vamos registrar o número 8, pois 1 unidade mais 7 unidades dá 8 unidades.
(d) Com o dedo indicador direito no segundo eixo da parcela referencial vamos apagar o número 4 e vamos registrar o número 6, pois 4 dezenas mais 2 dezenas dão 6 dezenas.
(e) Conclusão: 27 + 41 = 68

Praticando: calcule no Sorobã, descrevendo os procedimentos, as somas:

36 + 72 e 74 + 12.

Exemplo 2: Calcular 68 + 57.

(a) Registrar na borda esquerda, ou dado eixo como inicial, do Sorobã o número 68, a primeira parcela (ou 57). No centro do Sorobã, ou onde você quiser, exceto na borda direita, o número 57, a segunda parcela (ou 68).
(b) Repetir na borda direita a segunda parcela, a qual será chamada de parcela referencial.
(c) Como 8 unidades mais 7 unidades fornecem 15 unidades e, em cada eixo só podemos registrar no máximo o valor 9, vamos lembrar que 15 unidades equivalem a 1 dezena e 5 unidades, assim com o dedo indicador direito no primeiro eixo da parcela referencial vamos apagar o número 7 e vamos registrar o número 5, e vamos levar a 1 dezena para o eixo das dezenas.
(d) Como temos 5 dezenas registradas, mais a 1 dezena proveniente da soma das unidades, teremos 5 + 1 = 6 dezenas. Apagar o 5 e registrar o 6.
(e) Agora, estas 6 dezenas mais as 6 dezenas da primeira parcela fornecem 12 dezenas. Como em cada eixo só podemos registrar no máximo o valor 9, vamos lembrar que 12 dezenas equivalem a 1 centena e 2 dezenas, assim com o dedo indicador direito no segundo eixo da parcela referencial vamos apagar o número 6 e vamos registrar o número 2.
(f) Vamos registrar no terceiro eixo o número 1.
(g) Conclusão: 68 + 57 = 125

Praticando: no Sorobã, calcular descrevendo os procedimentos de 38 + 49 e 63 + 88.

SUBTRAÇÃO

Quando o aluno está incluído, já tem o conhecimento prévio de que
$x – y = - (y – x)$.

Deste modo, tendo atenção ao uso do sinal, sempre registramos inicialmente o maior dos números, em valor absoluto, conforme exemplo: 68 – 36.

(a) Registrar na borda esquerda, ou dado eixo como inicial, do Sorobã o número 68, o minuendo. No centro do Sorobã, ou onde você quiser, exceto na borda direita, registrar o número 36, o subtraendo.
(b) Repetir na borda direita o minuendo, o qual será chamado de minuendo referencial, a diferença.
(c) No minuendo referencial, 8 unidades menos 6 unidades dá 2 unidades. Assim, apagamos o número 8 e registramos 2 unidades, com o dedo indicador direito.
(d) Continuando no minuendo referencial, 6 dezenas menos 3 dezenas dão 3 dezenas. Deste modo, no segundo eixo do minuendo referencial apagamos o número 6 e registramos o número 3, com o dedo indicador direito.
(e) Conclusão: 68 – 36 = 32.

Praticando: Com o Sorobã e descrevendo procedimentos calcule a diferença 89 – 45.

Exemplo 2: Calcular 47 – 29.

(a) Registrar na borda esquerda, ou dado eixo como inicial, do Sorobã o número 47, o minuendo. No centro do Sorobã, ou onde você quiser, exceto na borda direita, registrar o número 29, o subtraendo.
(b) Repetir na borda direita o minuendo, o qual será chamado de minuendo referencial, a diferença.
(c) Note que, no minuendo referencial, de 7 unidades não podemos tirar 9 unidades. Assim, com o dedo indicador direito no segundo eixo, eixo das dezenas do minuendo referencial, vamos “pedir” 1 dezena emprestada, daí, deixamos registrado no eixo das dezenas o número 3 (de 4 – 1).
(d) Voltando para o eixo das unidades, vamos mentalizar 17 em vez de 7, já que 1 dezena = 10 unidades.
(e) Como 17 – 9 = 8, vamos apagar o 7 e registrar o número 8.
(f) Nas dezenas (segundo eixo), das 3 vamos retirar 2 (correspondente ao número 29), ficando com 1. (Sempre usando o dedo indicador direito).
(g) Conclusão: 47 – 29 = 18.

Praticando: Com o Sorobã e descrevendo procedimentos calcule a diferença 53 – 16.

MULTIPLICAÇÃO

Precisamos saber, e bem, a tabuada. Revisar!

Vamos iniciar com o seguinte exemplo: 12 x 3.

(a) Registrar na borda esquerda, ou dado eixo como inicial, do Sorobã o número 12, o multiplicando. No centro do Sorobã, ou onde você quiser, exceto na borda direita, registrar o número 3, o multiplicador.
(b) Multiplicando 3 com as 2 unidades temos 6 unidades. Com o dedo indicador direito no primeiro eixo da borda direita registramos o número 6.
(c) Multiplicando 3 com a 1 dezena temos 3 dezenas. Com o dedo indicador direito no segundo eixo da borda direita registramos o número 3.
(d) Conclusão: 12 x 3 = 36.

Exemplo 2: 23 x 4.

(a) Registrar na borda esquerda, ou dado eixo como inicial, do Sorobã o número 23, o multiplicando. No centro do Sorobã, ou onde você quiser, exceto na borda direita, registrar o número 4, o multiplicador.
(b) Multiplicando 4 com as 3 unidades temos 12 unidades. Como só podemos registrar em cada eixo um máximo de 9, lembrar que 12 unidades = 1 dezena + 2 unidades. Com o dedo indicador direito registrar no primeiro eixo da borda direita o número 2 e, no segundo eixo, registrar o número 1.
(c) Multiplicando 4 com as 2 dezenas temos 8 dezenas. Como já temos no eixo das dezenas 1 dezena, vamos juntar com as 8, assim, com o dedo indicador direito, vamos registrar as 9 dezenas.
(d) Conclusão: 23 x 4 = 92

Exemplo 3: Calcular: 54 x 8

(a) Registrar na borda esquerda, ou dado eixo como inicial, do Sorobã o número 54, o multiplicando. No centro do Sorobã, ou onde você quiser, exceto na borda direita, registrar o número 8, o multiplicador.
(b) Multiplicando 8 com as 4 unidades temos 32 unidades. Como só podemos registrar em cada eixo um máximo de 9, lembrar que 32 unidades = 3 dezenas + 2 unidades. Com o dedo indicador direito registrar no primeiro eixo da borda direita o número 2 e, no segundo eixo, registrar o número 3.
(c) Multiplicando 8 com as 5 dezenas temos 40 dezenas. Lembrar que 40 dezenas = 4 centenas + 0 dezenas. Como já temos no eixo das dezenas

3 dezenas, vamos juntar com as 0, assim, com o dedo indicador direito, vamos registrar as 3 dezenas.

(d) No terceiro eixo, registrar as 4 centenas.

(e) Conclusão: 54 x 8 = 432.

Exemplo 4: Calcular 57 x 23.

Obs.: 57 x 23 = 57 x (20 + 3) = 57 x 20 + 57 x 3 ou, literalmente, 57 que multiplica 2 dezenas mais 57 que multiplica 3 unidades.

(a) Registrar na borda esquerda, ou dado eixo como inicial, do Sorobã o número 57, o multiplicando. No centro do Sorobã, ou onde você quiser, exceto na borda direita, registrar o número 23, o multiplicador.

(b) Multiplicando 3 unidades com as 7 unidades temos 21 unidades. Como só podemos registrar em cada eixo um máximo de 9, lembrar que 21 unidades = 2 dezenas + 1 unidade. Com o dedo indicador direito registrar no primeiro eixo da borda direita o número 1 e, no segundo eixo, registrar o número 2.

(c) Multiplicando 3 unidades com as 5 dezenas temos 15 dezenas. Lembrar que 15 dezenas = 1 centena + 5 dezenas. Como já temos no eixo das dezenas 2 dezenas, vamos juntar com as 5, assim, com o dedo indicador direito, vamos registrar as 7 dezenas.

(d) No terceiro eixo, registrar a 1 centena.

(e) Resultado parcial: 57 x 3 = 171.

(f) Agora, vamos multiplicar 57 x 20 (ou 2 dezenas).

(g) Multiplicando 2 dezenas com 7 unidades temos 14 dezenas. Como só podemos registrar em cada eixo um máximo de 9, lembrar que 14 dezenas = 1 centena + 4 dezenas. Com o dedo indicador direito registrar no segundo eixo da borda direita o número 4...

(h) Como temos 7 dezenas registradas, vamos juntar com essas 4. 7 + 4 = 11 dezenas... 11 dezenas = 1 centena + 1 dezena. Registar, com o dedo indicador direito e após apagar o número 7, o número 1.

(i) A 1 centena vai para o terceiro eixo. Como temos 1 centena registrada, vamos juntar com essa 1 centena, totalizando 2 centenas. Registrar, com o dedo indicador direito e após apagar o número 1, o número 2.

(j) Não esquecer que ainda falta 1 centena (das 11 dezenas). Mais as 2 centenas, temos 3 centenas. Registrar, após apagar as duas centenas, com o dedo indicador direito.

(k) Multiplicando 2 dezenas com 5 dezenas temos 10 centenas... 10 centenas = 1 unidade de milhar + 0 centenas. Como já temos 3 centenas, mais as 0 centenas da multiplicação passamos a ter, no terceiro eixo, 3 centenas. Deixamos como está.

(l) A 1 unidade de milhar será registrada no quarto eixo, com o dedo indicador direito.
(m) Conclusão: 57 x 23 = 1.311.

Repare que comparando com o algoritmo da multiplicação têm-se condições de compreendê-lo.

$$\begin{array}{cccc} & 5 & 7 & \\ & x & 2 & 3 \\ \hline & 1 & 7 & 1 \\ 1 & 1 & 4 & \\ \hline 1 & 3 & 1 & 1 \end{array}$$

Pois, 57 x 23 = 57 x (20 + 3) = 57 x 3 + 57 x 20 = 171 + 1140 (ou 171 + 114 dezenas, omitindo o zero). Assim, quando docente diz “baixa o 1” na verdade ele está somando uma unidade com zero unidade.

Praticando: descrever os seguintes cálculos realizados no Sorobã (verifique contas!):
a) 34 x 6
b) 74 x 32

DIVISÃO

Sabemos que 35 dividido por 8 fornece quociente 4 e resto 3, com efeito 35 = 8 x 4 + 3. Isto é, se D é o dividendo, d é o divisor, q é o quociente e r é o resto, então: D = dq + r.

(a) Registrar na borda esquerda, ou dado eixo como inicial, do Sorobã o número 35, o dividendo referencial, dois ou três eixos depois (da esquerda para a direita) vamos repeti-lo. Mais dois ou três eixos depois (da esquerda para a direita), registrar o número 8, o divisor.
(b) Como 3 é menor que 8, olhamos para o número 35. Assim, o número que multiplicado por 8 o qual é aproximadamente igual a 35 é o número 4. Vamos registrá-lo na borda direita, com o dedo indicador direito.

(c) 4 x 8 = 32. Como temos 35 no dividendo referencial, 35 – 32 = 3. Apagar o número 35 e registrar o número 3, com o dedo indicador direito.
(d) Conclusão: 35 dividido por 8 fornece quociente 4 e resto 3.

Exemplo 2: dividir 47 por 3.
(a) Registrar na borda esquerda, ou dado eixo como inicial, do Sorobã o número 47, o dividendo referencial, dois ou três eixos depois (da esquerda para a direita) vamos repeti-lo. Mais dois ou três eixos depois (da esquerda para a direita), registrar o número 3, o divisor.
(b) Como 4 é maior do que 3, e 4 está nas dezenas, vamos procurar um número que multiplicado por 3 seja aproximadamente 4 e registrá-lo no eixo das dezenas da borda direita. Tal número é o número 1.
(c) No dividendo referencial vamos apagar o 4 e registrar 1 (proveniente da operação: 4 – 3 x 1 = 4 – 3 = 1).
(d) Agora, visualizamos no dividendo referencial o número 17. Um número que multiplicado por 3 o qual seja aproximadamente igual a 17 é o número 5. Vamos 173egistra-lo nas unidades da borda direita.
(e) Como 3 x 5 = 15 e 17 – 15 = 2, no dividendo referencial vamos apagar o número 17 e vamos registrar, com o dedo indicador esquerdo, o número 2.
(f) Conclusão: 47 dividido por 3 fornece quociente 15 e resto 2.

Exemplo 3: dividir 234 por 16.
(a) Registrar na borda esquerda, ou dado eixo como inicial, do Sorobã o número 234, o dividendo referencial, dois ou três eixos depois (da esquerda para a direita) vamos repeti-lo. Mais dois ou três eixos depois (da esquerda para a direita), registrar o número 16, o divisor.
(b) Como o número 23 é maior do que 16, 23 será visto como 23 dezenas, vamos procurar um número que multiplicado por 16 seja aproximadamente 23 e registra-lo no eixo das dezenas da borda direita. Tal número é o número 1.
(c) No dividendo referencial vamos apagar o 23 e registrar, no eixo das dezenas, 7 (proveniente da operação: 23 – 16 x 1 = 23 – 16 = 7).
(d) Agora, visualizamos no dividendo referencial o número 74. Um número que multiplicado por 16 o qual seja aproximadamente igual a 74 é o número 4. Vamos registra-lo nas unidades da borda direita.
(e) Como 16 x 4 = 64 e 74 – 64 = 10, no dividendo referencial vamos apagar o número 74 e vamos registrar, com o dedo indicador esquerdo, o número 10.

(f) Conclusão: 234 dividido por 16 fornece quociente 14 e resto 10.

Praticando: com uso do Sorobã, descrever os procedimentos de:

a) 38 dividido por 9.
b) 678 dividido por 24.

<u>Uma curiosidade: multiplicação com os egípcios</u>

A multiplicação era transformada em uma adição (e onde está a novidade?) A novidade está que NÃO precisamos somar 24 vezes o 13 (ou vice-versa!).

A ideia consiste em construir uma tabela com duas linhas (ou colunas) onde uma das linhas será formada pelas potencias do 2 e a outra os multiplos do número dado.

Complicou?

Vamos ao exemplo: 13 x 24

Potência de 2	1	2	4	8	16
Número escolhido	13	26	52	104	208

Repare que dobramos o valor a cada nova célula (ou cela).

Como 24 = 8 + 16, basta somar os correspondentes da segunda linha, no caso, 104 com 208, onde obtemos 312.

E se fosse o contrário?

Potência de 2	1	2	4	8	16
Número escolhido	24	48	96	192	384

Como 13 = 1 + 4 + 8, somamos: 24 + 96 + 192 = 312.

Ora, agora ficou explicado o algoritmo atual da multiplicação. Note que 13 x 24 = 13 x (20 + 4) = 13 x 20 + 13 x 4 = 260 + 52... (a essência foi mantida!)

E para divisão? Ora, qual é a operação inversa da adição?...

Somos responsáveis por nossa felicidade...
Felicidade começa com FE... Onde está nossa FÉ?