Álgebra Geométrica: Uma Aplicação nas Equações de Maxwell

Autor: Joél Faria Junior
Orientador: Prof. Dr. Jaime Edmundo Apaza Rodriguez
Universidade Estadual Paulista – FEIS – Ilha Solteira

Número de processo: 2013/21729-9

Equações de Maxwell

$$
\begin{aligned}
\vec{\nabla} \vee \vec{\mathbf{E}} &= 4\pi\rho && (1)\\
\vec{\nabla} \vee \vec{\mathbf{B}} &= 0 && (2)\\
\vec{\nabla} \times \vec{\mathbf{E}} &= -\frac{1}{c}\frac{\partial \vec{\mathbf{B}}}{\partial t} && (3)\\
\vec{\nabla} \times \vec{\mathbf{B}} &= \frac{4\pi}{c}\vec{\mathbf{j}} + \frac{1}{c}\frac{\partial \vec{\mathbf{E}}}{\partial t} && (4)
\end{aligned}
$$

Substituir o produto cruzado pelo produto externo (o que permite somar as equações elétricas e magnéticas expressando-as como um produto geométrico); substituir o vetor campo magnético pelo seu dual bivetorial (o que permite definir o multivetor campo eletromagnético); e escrever o nabla em um sistema quadridimensional.

E assim:

$$\vec{\nabla}\left(\vec{\mathbf{E}} + \vec{\vec{\mathbf{M}}}\right) = \frac{4\pi}{c}\left(\rho c - \vec{\mathbf{j}}\right) - \frac{1}{c}\frac{\partial}{\partial t}\left(\vec{\mathbf{E}} + \vec{\vec{\mathbf{M}}}\right)$$

Número de processo: 2013/21729-9

Fazendo a substituição $ct = x_4$, e passando a derivada temporal para o outro lado podemos definir o nabla a quatro dimensões:

$$\vec{\nabla}_4 = \left(\vec{\mathbf{e}}_1 \frac{\partial}{\partial x_1} + \vec{\mathbf{e}}_2 \frac{\partial}{\partial x_2} + \vec{\mathbf{e}}_3 \frac{\partial}{\partial x_3} + \vec{\mathbf{e}}_4 \frac{\partial}{\partial x_4} \right)$$

Definindo o *multivetor de Faraday* como $\mathcal{F} = \left(\vec{\mathbf{E}} + \overrightarrow{\overrightarrow{\mathbf{M}}}\right)$, e também o *multivetor densidade de carga-corrente* como $\mathcal{J} = (\rho c - \vec{\mathbf{j}})$ a equação de Maxwell adquire a singela forma:

$$\vec{\nabla}_4 \mathcal{F} = \frac{4\pi}{c} \mathcal{J}$$

Referências:

[1] R. S. Vieira; Tópicos de Álgebra Geométrica.

[2] A. Macdonald; A Survey of Geometric Algebra and Geometric Calculus, Luther College, Decorah, IA 52201 USA, http://faculty,luther.edu/ macdonal, 2012.

[3] S. Franchini. G. Vasallo e F. Sorbello; A brief introduction to Clifford Algebra, Technical Report. N. 2/2010, Universitá di Palermo, 2010.

[4] J. Suter; Geometric Algebra Primer, http://www.jaapsuter.com, 2012.

[5] C. Perwass; Geometric Algebra with applications in Engineering, Springer Series in Geometry and Computing, 2009.

FAPESP

Número de processo: 2013/21729-9