Álgebras associativas Lie nilpotentes de classe 4

Eudes Antonio da Costa (UFT/Arraias)
Orientador: Alexei Krassilnikov (UnB)

Universidade Federal de Alagoas
VII Bienal de Matemática

Maceió - Novembro de 2014

Álgebra associativa Lie nilpotente

- Seja $R = (R, +, \cdot)$ um anel associativo. O anel R pode ser visto como anel de Lie, com a multiplicação de Lie definida por $[a, b] = ab - ba$ com $a, b \in R$. Para $i \geq 1$ seja $L_i(R)$ o ideal em $[R]$ definido recursivamente por $L_1(R) = R$ e $L_{i+1}(R) = [L_i, R]$. Para $i > 1$ seja $T^{(i)}(R)$ o ideal bilateral em R gerado pelos elementos de $L_i(R)$. Se para algum m tivermos $T^{(m+1)}(R) = 0$ então R é chamado **anel associativo Lie nilpotente de classe** m.
- Seja K um anel associativo, comutativo e unitário e seja $K\langle X\rangle$ a K-álgebra associativa livre com o conjunto $X = \{x_i \mid i \in \Lambda\}$ de geradores livres. Um "bom" conjunto gerador do ideal $T^{(2)}$ é formado pelos comutadores $[x_1, x_2]\,(x_i \in X)$. É conhecido que o ideal $T^{(3)}$ é gerado por 2 polinmîos e este conjunto gerador do ideal $T^{(3)}$ foi apresentado em diversos trabalhos. A descrição de um "bom" conjunto gerador do ideal $T^{(4)}$ com 5 tipos de polinômios.

Álgebras universais associativas Lie nilpotentes de classe 4

O nosso principal resultado foi exibir um conjunto gerador para o ideal bilateral $T^{(5)}$.

Teorema 3

O ideal $T^{(5)}$ é gerado pelos polinômios, com $x_i \in X$,

$$
\begin{gathered}
[x_{i_1}, x_{i_2}, x_{i_3}, x_{i_4}, x_{i_5}], \\
[x_{i_1}, x_{i_2}][x_{i_3}, x_{i_4}, x_{i_5}, x_{i_6}] + [x_{i_6}, x_{i_2}][x_{i_3}, x_{i_4}, x_{i_5}, x_{i_1}], \\
[x_{i_1}, x_{i_2}, x_{i_3}][x_{i_4}, x_{i_5}, x_{i_6}], \ \ [x_{i_1}, x_{i_2}, x_{i_3}][x_{i_4}, x_{i_5}, x_{i_6}, x_{i_7}], \\
\big([x_{i_1}, x_{i_2}][x_{i_3}, x_{i_4}] + [x_{i_1}, x_{i_3}][x_{i_2}, x_{i_4}]\big)[x_{i_5}, x_{i_6}, x_{i_7}], \\
\big[[x_{i_1}, x_{i_2}][x_{i_3}, x_{i_4}] + [x_{i_1}, x_{i_3}][x_{i_2}, x_{i_4}], x_{i_5}, x_{i_6}\big], \\
\big[[x_{i_1}, x_{i_2}][x_{i_3}, x_{i_4}] + [x_{i_1}, x_{i_3}][x_{i_2}, x_{i_4}], x_{i_5}\big][x_{i_6}, x_{i_7}] + \\
+[[x_{i_1}, x_{i_2}][x_{i_3}, x_{i_4}] + [x_{i_1}, x_{i_3}][x_{i_2}, x_{i_4}], x_{i_6}\big][x_{i_5}, x_{i_7}], \\
\big([x_{i_1}, x_{i_2}][x_{i_3}, x_{i_4}] + [x_{i_1}, x_{i_3}][x_{i_2}, x_{i_4}]\big) \\
\big([x_{i_5}, x_{i_6}][x_{i_7}, x_{i_8}] + [x_{i_5}, x_{i_7}][x_{i_6}, x_{i_8}]\big).
\end{gathered}
$$