Teorema de Pitágoras, segundo Euclides

Grupo PET Conexões de Saberes - Matemática e Estatística [1]
petcsmat@hotmail.com.br

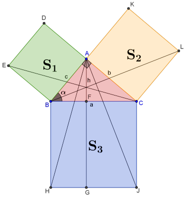
[1]UAMAT / UFCG

VII Bienal, Novembro de 2014

Teorema de Pitágoras

Teorema de Pitágoras O quadrado descrito sobre a hipotenusa de um triângulo de ângulo reto é igual a soma dos quadrados descritos sobre os dois outros lados.

Demonstração:



Da Figura, temos:

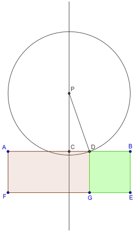
$$\text{(I)}\quad \triangle BHA \equiv \triangle BCE.$$
$$\text{(II)}\quad \triangle BCE = \frac{ABCD}{2},$$
$$\text{(III)}\quad \triangle ABH = \frac{BHGF}{2}.$$

De (I) e (II), segue que $ABED$ e $BHGF$ têm a mesma área. De forma análoga, vericamos que as áreas dos quadriláteros $ACLK$ e $CFGJ$ são iguais, o que resulta:

$$\mathbf{S_3 = S_1 + S_2}. \blacksquare$$

"Aplicar a uma dado segmento de reta, um paralelogramo de área igual a uma figura retilínea conhecida, ficando aquém por um paralelogramo semelhante, sendo que o quadrado sobre a metade do segmento não deve exceder a área do paralelogramo dado ou conhecido."

Demonstração:



Suponha que são dados um segmento AB de comprimento a e um paralelogramo de área b^2 conhecida. Sejam: $C = \frac{A+B}{2}, P : PC \perp AB, \overline{PC} = b$ e $D = C(P, \frac{a}{2}) \cap AB$. Coloque $x = \overline{DB}$. Pelo Teorema de Pitágoras,

$$\begin{aligned} \overline{PD}^2 &= \overline{CD}^2 + \overline{PC}^2 \Rightarrow \\ \left(\frac{a}{2}\right)^2 &= \left(\frac{a}{2} - x\right)^2 + b^2 \Rightarrow \\ x^2 - ax + b^2 &= 0 \Rightarrow (a-x)x = b^2. \end{aligned}$$