

Curso: Números p -ádicos para Leigos

A partir de 3 de Outubro 2017

Cada terça-feira às 14 h na Sala da Pós no IM Velho (primeiro andar)

Enno Nagel

Resumo

Os números p -ádicos Q_p , como os números reais R , são limites dos números racionais Q . Com a diferença que estes limites se aproximam dos números racionais por uma outra distância, a distância p -ádica (em vez da distância comum sobre R). Na Teoria dos Números, esta distância sobre Q_p é hoje tão importante quanto a sobre R , apesar da sua descoberta recente, há cem anos. Com efeito, o Teorema de Ostrowski mostra que uma distância sobre Q é ou a sobre R , ou a sobre Q_p .

A primeira parte do curso será analítico: Compararemos as noções fundamentais a *Análise real* e *p -ádica*, as suas analogias e diferenças. Uma delas é a condição da diferenciabilidade, que tem de ser reforçada sobre os números p -ádicos. Tanto mais forte quanto mais complicada em graus de diferenciabilidade maiores; amenizaremos esta complicação por outras descrições da diferenciabilidade: pelo *polinômio de Taylor* e por *bases ortonormais*.

Na segunda parte do curso estudámos a aritmética p -ádica: recordamos que a Teoria dos Números estuda a solubilidade de equações polinomiais. Enquanto esta questão é sobre Q , difícilimo, sobre R e Q_p ela é bem mais abordável. A solubilidade sobre R e Q_p permite aproximar a sobre Q . Ela exprime-se pelo Grupo de Galois, o objeto principal na Teoria dos Números.

Estudamos Equações Polinomiais, e finalmente o Grupo de Galois sobre os números p -ádicos. Como descrever este Grupo de Galois então? A resposta a esta questão vem da Teoria dos Corpos de Classe locais, simples e bela. Ela será o ponto culminante do curso.

Cronograma

Orientando-nos ao (crash-)curso p -*Adic Analysis* por Wim Schikhof ⁽¹⁾ e o curso sobre *Teoria dos Números p -ádicos* por Laurent Berger ⁽²⁾, trataremos os seguintes assuntos em dada ordem:

1. Números p -ádicos
2. corpos completos
3. Método de Newton
4. o Lema de Hensel
5. extensões finitas de corpos
6. ramificação
7. o corpo dos números complexos p -ádicos
8. Teorema de Banach
9. Logaritmo e Exponencial p -ádico
10. Funções Diferenciáveis
11. Polinômio de Taylor
12. Bases Ortonormais
13. Distribuições
14. Grupo de Galois
15. Grupos de Galois infinitos
16. Grupos Formais
17. O Módulo de Tate
18. Corpo de Classes

1 <http://perso.ens-lyon.fr/laurent.berger/cours/PolyM2.pdf>

2 <http://pucuch.mat.uc.cl/docume/100304120442.pdf>