Universidade Federal de Alagoas
Instituto de Matemática
Programa de Pós-Graduação em Matemática

EXAME DE MESTRADO EM EQUAÇÕES DIFERENCIAIS ORDINÁRIAS

Data: 19 de dezembro de 2007 | **Banca Examinadora**
Início: 13h e 30 min. | Prof. Adán José Corcho
Término:17h e 30 min. | Prof. Ediel Azevedo Guerra

1- Encontre a solução geral do sistema linear

$$\begin{cases} x' = -x + z \\ y' = 3y \\ z' = -x - y. \end{cases}$$

Quais soluções tendem a zero quando $t \to \infty$.

2- Se $x' = Ax$ e $x' = Bx$ são atratores e $BA = AB$, prove que $x' = (A + B)x$ também é um atrator.

3- Sejam X_1 e X_2 campos vetoriais definidos em abertos Δ_1 e Δ_2 do $\mathbb{R}^n$, respectivamente. Então para toda conjugação topológica $h : \Delta_1 \to \Delta_2$ temos que $h(w(p)) = w(h(p))$.

4- Considere o sistema

$$\begin{cases} x' = x^3 - x - y, \\ y' = x. \end{cases}$$

(a) Classifique, quanto à estabilidade, o ponto de equilíbrio;
(b) Determine uma função de Liapunov para esse sistema;
(c) mostre que todas as soluções desse sistema que começa em um ponto da bola aberta centrada na origem e raio 1 tende ao ponto de equilíbrio quando $t \to \infty$.

5- Considere o sistema

$$\begin{cases} x' = -2x - y + xe^{x^2+y^2}, \\ y' = x - 2y + ye^{x^2+y^2}. \end{cases}$$

(a) Mostre que esse sistema possui um único ponto crítico e uma única órbita periódica *Sugestão: estude o produto interno $xx' + yy'$*;
(b) Classifique o ponto crítico quanto à estabilidade.

6- Sejam $f, g : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ campos vetoriais de classe C^1. Mostre que se f possui uma órbita periódica e $< f(x),\ g(x) >= 0$, $\forall x \in \mathbb{R}^2$, então g possui uma singularidade.