Programa de Mestrado em Matemática
Exame de Mestrado em Geometria Diferencial

Data: Segunda-Feira, 12 de Dezembro de 2005
Aluno:

Questao 1. (cada item vale $0,5$ pontos) Assinale **certo** ou **errado** em cada uma das afirmações, dando uma breve justificativa ou algum contra-exemplo.

a) (   ) Isometrias e isometrias locais preservam geodésicas;

b) (   ) A característica de Euler-Poincaré do elipsóide vale 2;

c) (   ) Os paralelos de uma superfície de revolução nunca serão linhas de curvatura;

d) (   ) Se T é um triângulo geodésico e $K < 0$, então a soma dos ângulos internos de T é maior que π;

e) (   ) O sinal da torção é invariante por uma mudança de orientação da curva;

f) (   ) Se uma superfície regular S não possui direções assimptóticas num ponto $p \in S$, então $K(p) > 0$;

g) (   ) Toda linha de curvatura que é uma curva contida num plano é uma geodésica;

h) (   ) Existe um ponto no parabolóide elíptico onde sua curvatura Gaussiana se anula;

i) (   ) O helicóide é uma superficie mínima com curvatura Gaussiana negativa;

j) (   ) Uma superfície compacta de gênero dois possui pontos de curvatura Gaussiana zero;

Questao 2. (2 pontos) Demonstre que para toda superfície compacta a aplicação normal de Gauss é sobrejetora.
Questao 3. (2 pontos) Considere $a, b, c \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$ distintos. Mostre que as intersecções do elipsóide $\frac{^2}{^2} + \frac{^2}{^2} + \frac{^2}{^2} = 1$ com os planos coordenados são geodésicas do elipsóide.
Questao 4. (1 ponto) Mostre que se existem duas geodésicas simples e fechadas Γ_1 e Γ_2 em uma superfície compacta, conexa e com curvatura Gaussiana positiva, então $\Gamma_1 \cap \Gamma_2 \neq \emptyset$

Banca Examinadora:
1.– Prof. Fernando Enrique Echaiz-Espinoza
2.– Prof. Hilário Alencar da Silva