

CNPq – Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico

Dados do Projeto e do Proponente

Sigla:	GEOUFAL2003
Título do Projeto:	GEOMETRIA DIFERENCIAL
Referência do Edital:	Edital Universal 01/2002
Linha(s) de atuação em que se insere o projeto (*):	(7) Pesquisa; () Desenvolvimento tecnológico e inovação; () Projetos de demonstração e aplicações; () Tecnologias-chave () Protótipos; () Serviços; (6) Capacitação científica e tecnológica () Estudos prospectivos
Coordenador do Projeto:	Hilário Alencar da Silva
Instituição Executora:	Universidade Federal de Alagoas
Data:	20/02/2003

Palavras Chave: Hipersuperfícies

Hipersuperfícies equivariantes

Curvatura r-média

Hipersuperfícies Mínimas

Volume

Faixa de Submissão da Proposta

A	<input checked="" type="checkbox"/>	Até R\$20.000,00
B	<input type="checkbox"/>	De R\$20.001,00 a R\$50.000,00
C	<input type="checkbox"/>	De R\$50.001,00 a R\$100.000,00

(*) Indicar a predominância da temática da proposta, utilizando-se de uma escala de um a sete. Exemplificando: caso uma proposta se apresente concentrada em três itens, estes receberiam pesos 7, 6 e 5, respectivamente, de acordo com sua ordem de domínio decrescente.

1. Caracterização e Justificativa (máximo de 1 página)

Descrever objetivamente, com fundamentação teórica, o problema focalizado, sua relevância e originalidade no contexto da área inserida e sua importância específica para o avanço do conhecimento.

O projeto trata de hipersuperfícies de curvatura r -média constante. Tais hipersuperfícies incluem os importantes casos de curvatura média ($r=1$), curvatura escalar ($r=2$) e curvatura de Gauss-Kronecker (r =dimensão da hipersuperfícies). É importante observar que a existência de exemplos em Geometria Diferencial auxilia a compreensão dos fenômenos geométricos decorrentes da hipótese de ter alguma curvatura r -média nula, ou mais geralmente, constante. Em geral, a construção de tais exemplos explícitos é difícil e uma abordagem mais efetiva consiste em impor alguma propriedade adicional nos exemplos, como a invariância pela ação de algum sub-grupo de isometrias do espaço ambiente.

O entendimento das hipersuperfícies invariantes pela ação do grupo $SO(m) \times SO(m)$ no espaço Euclidiano de dimensão $n+1$ tem interessantes relações com importantes conceitos da Geometria Diferencial e da Topologia, por exemplo, estabilidade, curvatura total, mergulho, etc.. Além disso, caracterizar tais superfícies poderá influenciar em resultados geométricos.

Outra classe de propriedades que podem contribuir no completo entendimento das hipersuperfícies com curvatura r -média constante é o comportamento da Aplicação Normal de Gauss e do crescimento do volume das bolas geodésicas. A aplicação normal de Gauss tem influência na estabilidade, nas generalizações do Teorema de Bernstein, etc.. O comportamento do crescimento do volume tem influência no problema de obter uma Desigualdade Isoperimétrica, que implicaria em importantes resultados na área da Análise para este tipo de hipersuperfície.

2. Objetivos e Metas (máximo de 1 página)

Explicitar os objetivos e metas a serem desenvolvidas no projeto.

Objetivos e Metas:

O objetivo em matemática é resolver problemas e a meta é publicar os resultados em revistas indexadas de circulação internacional. Pretendemos abordar as seguintes questões (ver detalhes nas **ATIVIDADES**):

1. Estudar as hipersuperfícies com curvatura r -média nula e invariantes pela ação do grupo $SO(m) \times SO(m)$ do espaço Euclidiano de dimensão $n+1$.
2. Estimar o volume das bolas geodésicas das hipersuperfícies com curvatura r -média constante.
3. Estudar as hipersuperfícies da esfera com curvatura r -média constante cuja aplicação normal de Gauss está contida em um hemisfério.

4. Metodologia e Estratégia de Ação (máximo de 1 página)

Descrever a metodologia empregada para a execução do projeto e como os objetivos serão alcançados.

A metodologia em Matemática é a mesma desde os gregos: os resultados são obtidos por processos indutivos e a apresentação é feita pelo método dedutivo, que é o único critério em Matemática.

As teorias são desenvolvidas na medida que novos conceitos são introduzidos, e com o uso dos resultados já provados, obtém-se uma nova família de novos resultados. A descoberta de novos resultados depende muitas vezes da observação de exemplos, da determinação de suas propriedades, da tentativa de provar casos particulares, que poderão indicar o caminho da prova no caso geral. A realização de seminários de pesquisa, onde as técnicas conhecidas são discutidas também tem um papel fundamental no desenvolvimento da pesquisa matemática.

Nos últimos anos, a utilização de computadores tem permitido a visualização de exemplos, o que nos dá indícios das propriedades do objeto geométrico estudado que nos permite ter noções mais concretas dos resultados esperados, bem como caminhos para a demonstração dos teoremas. A computação tem um papel fundamental também nos cálculos aproximados de grande complexidade e a partir destes cálculos, na produção de figuras geométricas que simulam, por exemplo, modelos de objetos tridimensionais.

5. Resultados e Impactos Esperados (máximo de 1 página)

Descrever os resultados e/ou produtos esperados. Estimar a repercussão e/ou impactos sócio-econômicos, técnico-científicos e ambientais dos resultados esperados na solução do problema focalizado.

O impacto de um resultado de Matemática é, em geral, em longo prazo e quase sempre inesperado. Como a Matemática é formada por uma cadeia de resultados interligados, a utilização prática de algum desses resultados só é possível quando toda a corrente está formada. Portanto cada elo é importante, mesmo que ele em si não seja aplicado diretamente.

Entre os impactos sócios-econômicos deste projeto, esperamos os seguintes: uma interação mais intensa entre os grupos de Geometria do IM/UFRJ e da UFAL. Portanto esperamos contribuir para diminuir as desigualdades entre as várias regiões do país. Além disso, o projeto será um instrumento para implantar o mestrado em Matemática na UFAL. Finalmente, atuaremos na formação de estudantes em níveis de Iniciação Científica, Mestrado e Doutorado.

Indicadores de resultados ao final do projeto:

1. Publicação em periódicos indexados de circulação internacional de **2** artigos de pesquisa.
2. Apresentação de **3** trabalhos em congressos na área de Geometria Diferencial.
3. Defesa de **1** tese de doutorado.
4. Defesa de **1** dissertação de mestrado.
5. Apresentação de **7** trabalhos de iniciação científica em Jornada de Iniciação Científica na UFAL e UFRJ.
6. Defesa de **7** trabalhos de conclusão de curso de graduação.

7. Riscos e Dificuldades (máximo de 1 página)

Comentar sobre possíveis dificuldades e riscos potenciais que poderão interferir na execução das ações propostas e comprometer o alcance das metas e objetivos preconizados. Explicitar as medidas previstas para contornar ou superar essas dificuldades.

Dificuldades de comunicação e de bibliografia são os maiores obstáculos a um projeto de Matemática. Em relação à bibliografia, o fato de parte da equipe estar localizada na cidade do Rio de Janeiro, onde se concentram algumas das melhores bibliotecas especializadas da área de Matemática, acoplado as facilidades de comunicação virtual, diminuem sensivelmente essa dificuldade. Quanto à comunicação, uma parte substancial do financiamento pedido será usada para contactos, não só entre os participantes da equipe, mas também com matemáticos do exterior que estejam trabalhando em problemas semelhantes. Esses contactos com matemáticos do exterior é facilitado pelo fato de existir colaboração de tais matemáticos com membros da equipe (ver [AdCR], [AR], [BdCS1], [BdCS2] e [dCCS]).

6. Melhores práticas do grupo no tema ou área proposta (máximo de 1 página)

Informe as principais realizações, competências, realizações e experiências do pesquisador/grupo no tema ou área propostos nos últimos cinco anos.

I- Publicações:

1. ALENCAR, H., Do CARMO, M. P., SANTOS, W. - A gap theorem for hypersurfaces of the sphere with constant scalar curvature one. *Commentarii Mathematici Helvetici* , v.77, p.549-562, 2002.
2. ALENCAR, H., Do CARMO, M. P., ELBERT, M. F. - Stability of hypersurfaces with vanishing r -mean curvatures in euclidean spaces. Aceito para publicação em *Journal für Die Reine und Angewandte Mathematik* (2003).
3. ALENCAR, H., Do CARMO, M. P., MARQUES, F. C. - Upper bounds for the first eigenvalue of the operator L_r and some applications. *Illinois Journal of Mathematics* , v.45, n.3, p.851 - 863, 2001.
4. Do CARMO, M. P., SANTOS, W., CHEUNG, L.F. - On the compactness of constant mean curvature hypersurfaces with finite total curvature. *Archiv der Mathematik* , v.79, p.216 - 222, 1999.
5. BERARD, P., Do CARMO, M. P., SANTOS, W. - Complete Hypersurfaces With Constant Mean Curvature And Finite Total Curvature. *Annals of Global Analysis and Geometry* , v.16, p.273 - 290, 1998.
6. ALENCAR, H., SANTOS, W. – Geometria das Curvas Planas. Ed. da UFG, 2002.

II- Orientações:

II.1 - Doutorado:

Orientadora: Walcy Santos

1. Luiz Amâncio Machado de Sousa Júnior. **Hipersuperfícies isoparamétricas na esfera Euclidiana**. 2001. Tese (Matemática) - Universidade Federal do Rio de Janeiro

II.2 - Mestrado:

Orientadora: Walcy Santos

1. Jairo Rocha de Faria. **Cunjos de curvatura negativa em superfícies de curvatura média constante em R^3** . 2002. Dissertação (Matemática) - Universidade Federal do Rio de Janeiro
2. Emerson de Souza Freire. **Alguns teoremas de rigidez para hipersuperfícies no espaço Euclidiano**. 2001. (Matemática) - Universidade Federal do Rio de Janeiro
3. Fernando Henrique Echaiz Espinoza. **Estabilidade de hipersuperfícies com r -curvatura média constante**. 1999. (Matemática) - Universidade Federal do Rio de Janeiro

Orientador: Hilário Alencar

1. Ana Lucia Pinheiro Lima. **Curvatura Escalar, O Operador Linearizado e Aplicações**. 2001. Dissertação (Matemática) - Universidade Federal da Bahia
2. Wagner Oliveira Costa Filho. **Estabilidade de Hipersuperfícies com Curvatura Escalar Constante**. 2000. (Matemática) - Universidade Federal da Bahia
3. Patrícia Alves Pereira de Sousa. **Superfícies Completas com Curvatura Média Constante**. 2000. (Matemática) - Universidade Federal da Bahia
4. Andréa Cirino Rezende. **Hipersuperfícies de Curvatura Média Constante Com Índice Finito e Volume de Crescimento Polinomial**. 1999. (Matemática) - Universidade Federal da Bahia
5. Cláudio Guimarães Chemmes. **Sobre O Primeiro Autovalor do Operador Linearizado da R-Ésima Curvatura Média de Uma Hipersuperfície**. 1999. (Matemática) - Universidade Federal da Bahia

7. Outros Projetos e Financiamentos (máximo de 1 página)

Indique outros projetos de pesquisa em andamento dos quais participem membros da equipe proponente, incluindo o título, vigência, a dedicação em hora/homem/mês, a origem e o valor do financiamento.

Informe se uma proposta idêntica ou equivalente foi submetida a outro Edital (mesmo em outra agência financiadora).

8. Atendimento aos Critérios do Edital

Destaque os aspectos relevantes da proposta quanto aos critérios para avaliação constantes no Edital.

Os itens do Edital pertinentes ao Projeto foram bem atendidos:

- a) Os problemas são meritórios e originais conforme se verifica pela boa qualidade dos periódicos onde foram publicados os resultados obtidos até agora nos tópicos em questão.
- b) O Coordenador possui boa experiência de pesquisa nos tópicos conforme pode ser verificada nas referências bibliográficas.
- c) No Projeto prevê-se a formação de doutores, mestres e a participação de alunos de iniciação científica. Os temas do Projeto são interessantes e têm atraído jovens pesquisadores para estas áreas.
- d) A aplicação de pesquisa matemática a outras disciplinas não é uma questão que se possa ser prevista de imediato. Em geral, um resultado matemático gera uma cadeia de outros resultados e algum elo da cadeia é aplicável a outras disciplinas; tal elo não poderia existir sem a presença da cadeia. Entretanto, como mencionamos na secção **Resultados e Impactos Esperados**, os temas do projeto têm uma história de aplicabilidade que deve permanecer.
- e) A questão dos impactos já foi discutida no item (d) desta secção e na secção **Resultados e Impactos Esperados**.

9. Referências Bibliográficas

Relacionar as obras da literatura citadas, de acordo com as normas da ABNT.

[A] - ALENCAR, H.- Minimal Hypersurfaces Of R^{2m} Invariant By $SO(M) \times SO(M)$. Transactions Of The American Mathematical Society, v.337, p.129 - 141, 1993.

[AC]- ALENCAR, H., COLARES, A. G. - Integral Formulas For The R-Mean Curvature Linearized Operator Of A Hypersurface. Annals of Global Analysis and Geometry, v.16, p.203 - 220, 1998.

[AdC] - ALENCAR, H., CARMO, M. do - Remarks On The Growth Of Functions And The Weak Stability Of Hypersurfaces With Constant Mean Curvature. Anais da Academia Brasileira de Ciências, v.69, n.02, p.163 - 166, 1997.

[AdC1] - ALENCAR, H., CARMO, M. do - Hypersurfaces With Constant Mean Curvature In Space Forms. Anais da Academia Brasileira de Ciências, v.66, p.265 - 274, 1994.

[AdC2] - ALENCAR, H., CARMO, M. do - Hypersurfaces Of Constant Mean Curvature With Finite Index And Volume Of Polynomial Growth. Archiv der Mathematik, v.60, p.489 - 493, 1993.

[AdCC] ALENCAR, H., CARMO, M. do, COLARES, A. G. - Stable Hypersurfaces With Constant Scalar Curvature. Mathematische Zeitschrift, v.213, p.117 - 131, 1993.

[AdCE1] - ALENCAR, H., CARMO, M. do, ELBERT, M. F. - Stable Minimal Hypersurfaces In Euclidean Spaces. Anais da Academia Brasileira de Ciências, v.70, n.3, p.387 - 391, 1998.

[AdCE2] - ALENCAR, H., Do CARMO, M. P., ELBERT, M. F. - Stability of hypersurfaces with vanishing r-mean curvatures in euclidean spaces. Aceito para publicação em Journal fur Die Reine und Angewandte Mathematik (2003).

[AdCR] ALENCAR, H., CARMO, M. do, ROSENBERG, H. - On The First Eigenvalue Of The Linearized Operator Of The R-th Mean Curvature Of A Hypersurface. Annals of Global Analysis and Geometry, v.11, p.387 - 395, 1993.

[AdCS] - ALENCAR, H., CARMO, M. do, SANTOS, W - A Gap theorem for Hypersurfaces of the Sphere with Contant Scalar Curvature One. Commentarii Mathematici Helvetici, v.77, p.549 - 562, 2002.

[AF] ALENCAR, H., FRENSEL, K. Hypersurfaces Whose Tangent Geodesics Omit A Nonempty Set In: Differential Geometry-A Symposium In Honour of Manfredo Do Carmo ed. NEW YORK : LONGMAN SCIENTIFIC & TECHNICAL, 1991, p.13.

[AR] - ALENCAR, H., ROSENBERG, H. - Some Remarks On The Existence Of Hypersurfaces Of Constant Mean Curvature With A Given Boundary, Or Asymptotic Boundary, In Hyperbolic Space. Bulletin Des Sciences Mathematiques, v.121, p.61 - 69, 1997.

[AS] ALENCAR, H., SANTOS, W - Geometria das Curvas Planas. Ed. Goiânia : Universidade Federal de Goiás, 2002, v.01. p.222.

[BS] BERARD, P., SANTOS, W. - Curvature Estimates and Stability Properties of CMC-Submanifolds in Space Forms. Matematica Contemporanea, v.17, p.77 - 98, 2000.

[BdCS1] BERARD, P., do CARMO, M., SANTOS, W. - Index Of Constant Mean Curvature Surface In Hyperbolic Space. MATH Z., v.224, p.313 - 326, 1997.

[BdCS2] BERARD, P., do CARMO, M., SANTOS, W. - Complete Hypersurfaces With Constant Mean Curvature And Finite Total Curvature. *Annals of Global Analysis And Geometry*, v.16, p.273 - 290, 1997.

[dCCS] CARMO, M. P., CHEUNG, L., SANTOS, W., - On the compactness of constant mean curvature hypersurfaces with finite total curvature. *Arkiv der Mathematik*. v.73, n.3, p.216 - 222, 1999.

[S] SANTOS, W. - Submanifolds With Parallel Mean Curvature Vector In Spheres. *TOHUKO MATH JOURNAL*, v.46, p.403 - 415, 1994.