UNIVERSIDADE FEDERAL DE ALAGOAS
INSTITUTO DE MATEMÁTICA

QUIL001 – Fundamentos de Matemática I

Lista 1

1. Escreva, usando símbolos matemáticos, as afirmaciones a seguir:

   a) v pertence ao conjunto M.
   b) O conjunto T contém como subconjunto ao conjunto H.
   c) Dentre os elementos do conjunto G não está o número 2.
   d) O conjunto Z não é um subconjunto do conjunto A.
   e) O conjunto X não contém o conjunto K.
   f) O conjunto Z é um subconjunto próprio do conjunto K.

2. Defina por extenso cada um dos conjuntos a seguir:

   a) $A = \{x \in \mathbb{Z} \mid x^2 = 4\}$
   b) $B = \{x \in \mathbb{Z} \mid x - 2 = 5\}$
   c) $T = \{x \mid x \text{ é um algarismo do número } 2324\}$
   d) $C = \{x \in \mathbb{Z} \mid x \text{ é positivo e negativo}\}$
   e) $A = \{x \in \mathbb{N} \mid x^2 = 4\}$

3. Seja $T = \{x \in \mathbb{Z} \mid 4x = 12\}$. É correto afirmar que $T = 3$? Por que?

4. Dentre os conjuntos a seguir, indique quais deles são o conjunto vazio. Justifique.

   $A = \{x \in \mathbb{R} \mid x^2 + x + 1 = 0\}$
   $B = \{x \in \mathbb{R} \mid x < 4 \text{ ou } x > 6\}$
   $C = \{x \in \mathbb{Z} \mid x^2 + x - 1 = 0\}$
   $D = \{x \in \mathbb{R} \mid x + 4 = 4\}$
   $E = \{x \in \mathbb{Z} \mid x < 4 \text{ e } x > 6\}$
   $F = \{x \in \mathbb{Z} \mid x > 4 \text{ e } x \text{ não é maior que } 6\}$

5. Considere os conjuntos abaixo:

   $\mathcal{F}$ = conjunto de todos os filósofos.
   $\mathcal{M}$ = conjunto de todos os matemáticos.
   $\mathcal{C}$ = conjunto de todos os cientistas.
   $\mathcal{P}$ = conjunto de todos os professores.

   a) Exprima cada uma das afirmativas abaixo usando linguagem de conjuntos:
      1. Todos os matemáticos são cientistas.
      2. Alguns matemáticos são professores.
      3. Alguns cientistas são filósofos.
      4. Todos os filósofos são cientistas ou professores.
      5. Nem todo professor é cientista.

   b) Faça o mesmo com as afirmativas abaixo:
      6. Alguns matemáticos são filósofos.
      7. Nem todo filósofo é cientista.
      8. Alguns filósofos são professores.

9. Se um filósofo não é matemático, ele é professor.
10. Alguns filósofos são matemáticos.

c) Tomando as cinco primeiras afirmativas como hipóteses, verifique quais das afirmativas do segundo grupo são necessariamente verdadeiras.

6. O diagrama de Venn para os conjuntos X, Y e Z decompõe o plano em oito regiões. Numere essas regiões e exprima cada um dos conjuntos abaixo como a união de algumas de essas regiões. (Por exemplo: $X \cap Y = 1 \cup 2$)

a) $(X^c \cup Y)^c$ b) $(X^c \cup Y) \cup Z^c$ c) $(X^c \cap Y) \cup (X \cap Z^c)$ d) $(X \cup Y)^c \cap Z$

7. Exprimindo cada membro da igualdade como a união de regiões numeradas (veja questão 6), prove as igualdades:

a) $(X \cup Y) \cap Z = (X \cap Z) \cup (Y \cap Z)$. b) $X \cup (Y \cap Z)^c = X \cup Y^c \cup Z^c$.

8. Sejam A, B e C conjuntos.

a) Determine uma condição necessária e suficiente para que se tenha $A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap C$.
b) Determine uma condição necessária e suficiente para que se tenha $A - (B - C) = (A - B) - C$.

9. Dados os conjuntos $A = \{r, s, t, u, v, w\}$, $B = \{u, v, w, x, y, z\}$ $C = \{s, u, y, z\}$, $D = \{u, v\}$, $E = \{s, u\}$ e $F = \{s\}$. Use o diagrama de Venn para determinar, em cada caso, qual dos conjuntos dados acima é X.

a) $X \subset A$ e $X \subset B$. b) $X \not\subset B$ e $X \subset C$. c) $X \not\subset A$ e $X \not\subset C$. d) $X \subset B$ e $X \not\subset C$.

10. Num estudo sobre o café da manhã foram entrevistadas 250 pessoas e se obtiveram as seguintes informações: 30 pessoas tomam chá com leite, 40 tomam café com leite, 80 tomam leite, 130 tomam chá ou leite e 150 tomam café ou leite.

a) Quantas pessoas tomam chá puro?
b) Quantas pessoas tomam leite puro?
c) Quantas pessoas tomam café puro?
d) Quantas pessoas não tomam nenhuma das três coisas no café da manhã?